C3T10 – Probabilités

Objectif 10-1 Vocabulaire

1. Expérience aléatoire

Définition

On appelle **expérience aléatoire** un processus renouvelable à l'identique dont on peut prévoir tous les résultats possibles mais dont on ignore lequel sera obtenu.

Exemple

On lance un dé non truqué à 6 faces.

2. Issues, événements

Définition

Les **résultats possibles** s'appellent les **issues** de l'expérience aléatoire.

Un **événement** est constitué d'**un ensemble d'issues** (zéro, une ou plusieurs).

Exemples avec l'expérience « on lance un dé non truqué à 6 faces » :

L'évènement « Tirer un nombre pair » correspond aux issues 2, 4 et 6.

L'évènement « Tirer un nombre inférieur ou égal à 4 » correspond aux issues 1, 2, 3 et 4.

Définitions

Un **événement élémentaire** est un événement qui ne comporte qu'**une seule issue**.

Un événement est **impossible** lorsqu'il ne contient aucune issue : il ne peut pas se réaliser.

Un événement est **certain** lorsqu'il contient toutes les issues : il se réalise obligatoirement.

Exemples avec l'expérience « on lance un dé non truqué à 6 faces » :

L'évènement « Tirer un 6 » est élémentaire.

L'évènement « Tirer un nombre plus grand que 0 » est certain.

L'évènement « Tirer un 10 » est impossible.

Définitions

Deux événements sont **incompatibles** lorsqu'ils n'ont aucune issue commune : ils ne peuvent pas se réaliser en même temps.

Deux événements sont **contraires** si lorsque l'un est réalisé l'autre ne l'est pas.

Exemple avec l'expérience « on lance un dé non truqué à 6 faces » :

« Tirer un nombre pair » et « Tirer un 3 » sont incompatibles.

« Tirer un 2 » et « Ne pas tirer un 2 » sont contraires.

C3T10 – Probabilités

Objectif 10-2 Probabilité d'un événement

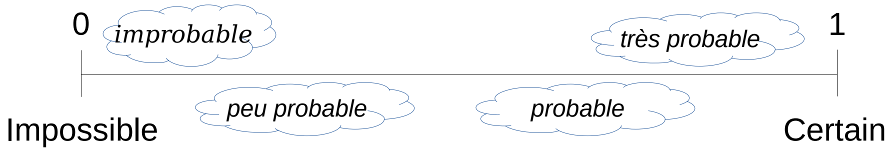
Définitions

La **probabilité** d'un événement est une **estimation de ses chances de se produire**. Cette estimation correspond à **un nombre compris entre 0 et 1**, exprimé sous forme décimale, fractionnaire ou en pourcentage.

Un événement **impossible** a une probabilité de **0**, ou dit autrement, a 0 % de chance de se produire.

Un événement **certain** a une probabilité de **1**, ou dit autrement, a 100 % de chance de se produire.

Remarque : On peut visualiser la probabilité des événements sur une échelle de probabilité :



Objectif 10-3 Calculer des probabilités en utilisant un modèle

Il est parfois possible d'évaluer des probabilités par un raisonnement à priori utilisant un modèle de l'expérience.

Définitions

Lorsque tous les événements élémentaires ont la même probabilité de se produire on dit qu'il y a **équiprobabilité**.

Dans les situations d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement A, notée p(A) est :

$$p(A)=\frac{\text{nombre d'issues favorables à l'événement A}}{\text{nombre total d'issues possibles}} .$$

Exemple avec l'expérience « on lance un dé non truqué à 6 faces » :

L'événement « Tirer un nombre pair » comporte 3 issues favorables (2, 4 et 6) pour un total de 6 issues possibles. Sa probabilité est de $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ soit 0,5 ou encore 50 %.

Propriétés

La **somme** des probabilités de **tous les événements élémentaires** est **égale à 1**.

La **somme** des probabilités de **deux événements contraires** est **égale à 1**.

Si deux événements sont **incompatibles**, la probabilité d'obtenir l'**un ou l'autre** est la **somme de leur probabilité** : p(A ou B) = p(A) + p(B)

Exemple avec l'expérience « on lance un dé non truqué à 6 faces » :

L'événement « Tirer un 3 » a une probabilité de $\frac{1}{6}$. L'événement « Tirer un nombre pair » a une probabilité de $\frac{3}{6}$. Ces événements sont **incompatibles**.

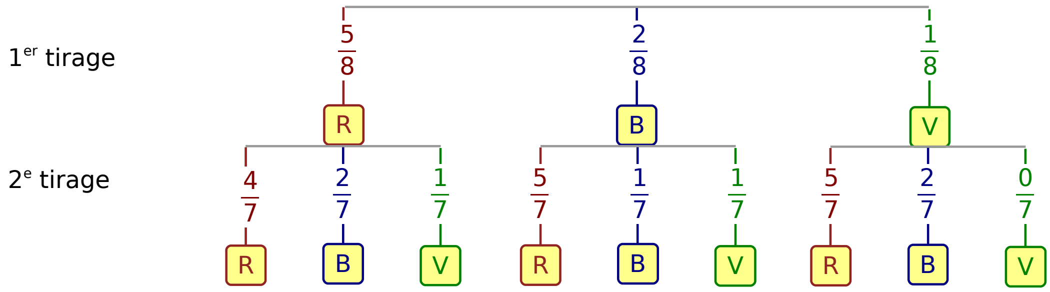
La probabilité de « Tirer un 3 **ou** un nombre pair » est de $\frac{1}{6}+\frac{3}{6}$ soit $\frac{4}{6}$ **.**

Objectif 10-4 Probabilités dans le cas d'expériences à deux épreuves

Exemple

Dans une urne, il y a cinq boules rouges (R), deux boules bleues (B) et une boule verte (V), indiscernables au toucher. ***On tire successivement et sans remise deux boules****. Détermine la probabilité de tirer deux boules rouge.*

On peut représenter tous les résultats sur un arbre en indiquant sur les branches correspondantes la probabilité de chaque résultat lors des deux tirages (l'expérience s'effectuant sans remise, il restera sept boules au second tirage).



La probabilité d'obtenir R au premier tirage est de $\frac{5}{8}$ et celle d'obtenir encore R **ensuite** lors du deuxième tirage est $\frac{4}{7}$. La probabilité de l'événement « obtenir (R, R) » est donc : $\frac{4}{7}$ **de** $\frac{5}{8}$ soit $\frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{20}{56}$, soit environ 35,7%.

Objectif 10-5 Évaluer des probabilités à partir de fréquences observées expérimentalement

Lorsqu'il n'est pas possible de modéliser l'expérience, on peut estimer les probabilités en s'appuyant sur les résultats observés et en calculant les fréquences qui en découlent.

Propriété (Loi des grands nombres)

Lorsque l'on répète un très grand nombre de fois une expérience aléatoire dans les mêmes conditions, la fréquence de réalisation d'un événement se stabilise et se rapproche de la valeur de la probabilité de l'événement.

Exemple

On a lancé un dé pipé (c'est à dire déséquilibré) 3000 fois, et on a relevé les résultats dans le tableau suivant.

numéro	1	2	3	4	5	6
tirages	**685**	**428**	**556**	**444**	**572**	**315**

Le 5 est sorti 572 fois sur 3000, on peut donc estimer la probabilité d'obtenir un 5 avec ce dé à environ $\frac{572}{3000} \approx 0{,}19$.

Pour rappel, avec un dé équilibré, la probabilité d'obtenir chaque numéro est de $\frac{1}{6} \approx 0{,}166$.