C3T7 – Propriété de Thalès et propriété réciproque

Activité 1 Produits en croix

Rappel :

Si deux quotients sont égaux, alors leurs produits en croix sont égaux.

$$\frac{RL}{14} = \frac{11}{35} \quad \text{donc } RL \times 35 = 14 \times 11 \text{ d'où } RL = \frac{14 \times 11}{35}$$

1. Vrai ou Faux ?

De l'égalité $\frac{18}{25} = \frac{27}{AB}$, on peut déduire que ...

a. $18 \times 27 = 25 \times AB$ donc $AB = \frac{18 \times 27}{25}$

b. $18 \times AB = 25 \times 27$ donc $AB = \frac{18 \times 27}{25}$

c. $18 \times AB = 25 \times 27$ donc $AB = \frac{25 \times 27}{18}$

2. Quatrième proportionnelle

Détermine la valeur exacte de l'inconnue dans chaque cas :

a. $\frac{2}{3} = \frac{8}{EF}$

b. $\frac{5}{7} = \frac{12}{AB}$

c. $\frac{7}{3} = \frac{GH}{5}$

3. Écritures fractionnaires égales ?

Rappel :

Si les produits en croix sont égaux alors les deux quotients sont égaux (propriété réciproque de la première).

Les écritures fractionnaires suivantes sont-elles égales ?

a. $\frac{3}{2,4}$ et $\frac{3,6}{2,88}$

b. $\frac{11,9}{35}$ et $\frac{18,2}{52}$

C3T7 – Propriété de Thalès et propriété réciproque

Activité 2 Le théorème de Thalès : un cas particulier

Définition (Rappel de 4ème)

On dit que deux triangles sont **semblables** si les deux triangles ont des **angles de même mesure,** pris deux à deux.
L'un est une **réduction** de l'autre et l'autre un **agrandissement** de l'un.

a. Tracer un triangle ABC tel que AB = 5 cm, AC = 6 cm et BC = 7 cm. Comment faut-il placer une droite coupant les segments [AB] en M et [AC] en N pour que AMN soit une réduction de ABC ?

Compléter le tableau suivant :

Côté du triangle ABC	AB	AC	BC
Côté associé dans le triangle AMN			

b. Tracer un triangle DEF tel que DE = 4 cm, DF = 6 cm et EF = 8 cm. Comment faut-il placer une droite coupant les demi-droites [DE) en R et [DF) en S pour que DRS soit un agrandissement de DEF ?

Compléter le tableau suivant :

Côté du triangle DEF	DE	DF	EF
Côté associé dans le triangle DRS			

c. Tracer un triangle GHI tel que GH = 5 cm, GI = 7 cm et HI = 9 cm. Comment peut-on placer une droite coupant les droites (GH) en T et (GI) en U pour que GTU soit un agrandissement (ou une réduction) de GHI dans une configuration différente du **a.** et du **b.** ?

Compléter le tableau suivant :

Côté du triangle GHI	GH	GI	HI
Côté associé dans le triangle GTU			

d. Que peut-on dire des longueurs des côtés des deux triangles dans chacun des cas ci-dessus ?
Aide : mesurer précisément les longueurs, éventuellement après avoir repositionné les droites pour obtenir des longueurs simples.

e. En déduire une relation entre les longueurs des côtés dans chacun des cas ci-dessus.

f. Conclusion

Complète l'énoncé suivant, qui constitue une formulation générale du théorème de Thalès :

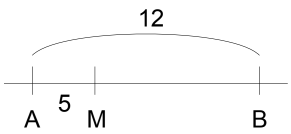
(d) et (d') sont deux droites sécantes en A.
B et M sont deux points de (d) distincts de A ; C et N sont deux points de (d') distincts de A.

Si les droites ...... et ...... sont parallèles, alors : $\frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{}$

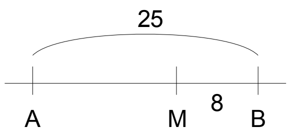
C3T7 – Propriété de Thalès et propriété réciproque

Activité 3 Placer des points sur une droite

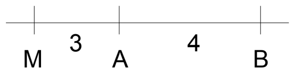
1. **Dans chaque cas, donner la valeur des rapports $\dfrac{AM}{AB}$**



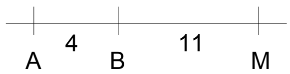
$\dfrac{AM}{AB} =$



$\dfrac{AM}{AB} =$



$\dfrac{AM}{AB} =$

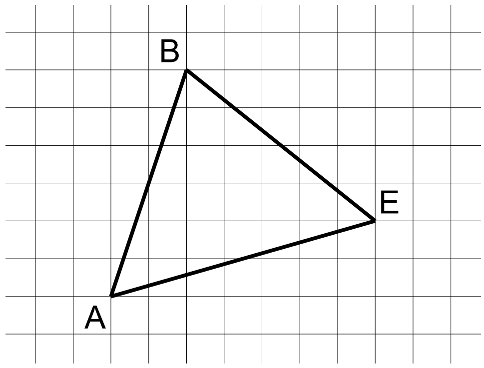


$\dfrac{AM}{AB} =$

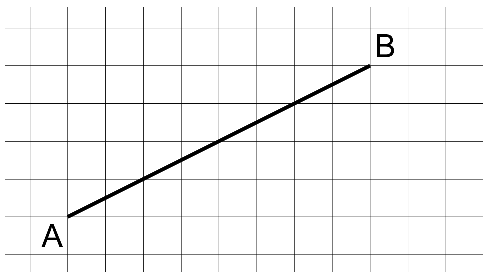
2. **Partages de segments (en utilisant les parallèles horizontales ou verticales du quadrillage).**

Placer les points suivants : R sur [AB] tel que $AR = \dfrac{1}{2} AB$,

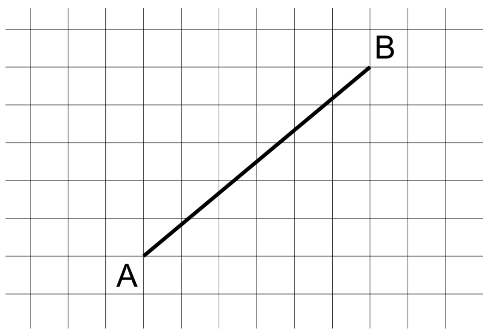
S sur [AE] tel que $SE = \dfrac{2}{7} EA$ et T sur [BE] tel que $\dfrac{BT}{BE} = \dfrac{3}{4}$



Placer les points M et N sur [AB] tels que : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{3}{4}$ et $\dfrac{AN}{AB} = \dfrac{3}{8}$



Placer les points M et N sur [AB] tels que : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{5}{6}$ et $\dfrac{AN}{AB} = \dfrac{1}{5}$



C3T7 – Propriété de Thalès et propriété réciproque

Activité 4 Étude de la réciproque de la propriété de Thalès

1. Dans chacun des trois cas suivants :

a. Donner la valeur du rapport $\frac{AN}{AC}$.

b. Placer, en utilisant uniquement le quadrillage, le point M sur (AB) de façon à ce que $\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}$.

Figure 1

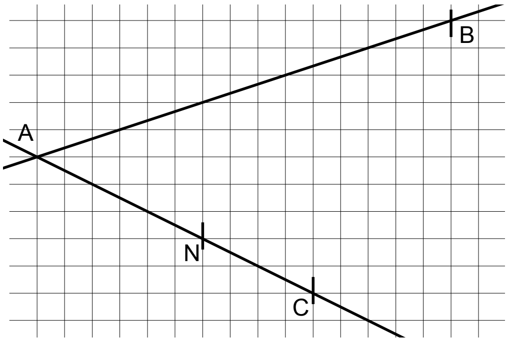


Figure 2

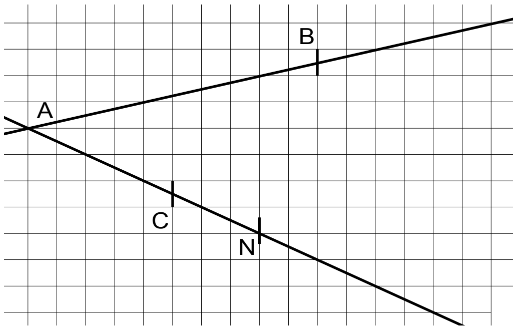
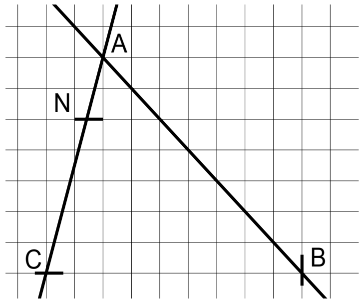


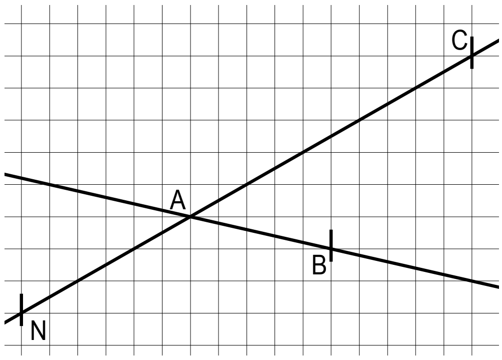
Figure 3



c. Sur chaque figure, tracer (BC) et (MN) puis compléter la conjecture suivante :

Si —— = —— alors les droites (BC) et (MN) sont ....

Figure 4



2. Même consigne avec la figure 4 ci-contre, puis :

a. Y a-t-il plusieurs possibilités pour le point M ?

b. Si oui, les indiquer sur la figure 4.

c. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles dans tous les cas ?

d. Qu'est-ce qui différencie les 2 positions du point M ?

La condition sur l'égalité des rapports n'est donc pas suffisante pour affirmer le parallélisme des droites.

Il faut la compléter en disant:

Si —— = —— et si les points ....alors les droites ....

On admettra que cette nouvelle propriété est vraie.

On lui a donné le nom de réciproque de la propriété de Thalès.