

C4T15 – STATISTIQUES

Objectif 15-1 Vocabulaire

Pour illustrer la synthèse, on utilisera dans la suite les notes obtenues par un élève lors du premier trimestre.

Caractère

Le caractère désigne ce qui est observé.

Exemple : Les résultats obtenus par un élève aux évaluations.

Série statistique

La série statistique (ou série de données) désigne l'ensemble des valeurs observées.

Exemple : Notes (sur 20) obtenues : 12 15 8 12 13 12 11 13 14 7 15 11 8 12 14 11

Remarques :

- Les valeurs de la série statistique ne sont pas forcément des nombres : Pour un sondage sur l'opinion concernant un genre de musique, les réponses peuvent être « n'apprécie pas », « indifférent », « apprécie », par exemple.
- Lorsque les valeurs possibles sont trop nombreuses, on peut les regrouper par classe : Pour un sondage sur le temps consacré à regarder la télévision sur une semaine, les valeurs peuvent être regroupées de 0 à 4 heures, de 4 à 8 heures, 8 à 12 heures, etc, par exemple.

Effectif

L'effectif d'une valeur désigne le nombre de fois où la valeur apparaît dans la série.

Exemple : La note 13 apparaît 2 fois dans la série : l'effectif de la valeur 13 est 2.

Fréquence

La fréquence d'une valeur désigne le rapport entre l'effectif d'une valeur et l'effectif total de la série.

Exemple : La note 13 apparaît 2 fois sur un total de 16 notes : la fréquence de la valeur 13 est $\frac{2}{16} = 0,125$.

Remarques :

- La fréquence est comprise entre 0 et 1.
- La fréquence s'exprime parfois en pourcentage : $0,125 = \frac{12,5}{100} = 12,5\%$ La note 13 représente 12,5% de la série.

Tableau d'effectifs et/ou de fréquence

Pour rassembler les données et faciliter l'organisation des calculs, on utilise généralement un tableau. On y classe les valeurs de la série par ordre croissant, en y mettant qu'un fois chaque valeur.

Exemple :

Notes	7	8	11	12	13	14	15
Effectif	1	2	3	4	2	2	2
Fréquence	0,0625	0,125	0,1875	0,25	0,125	0,125	0,125

Objectif 15-2 Calculer la moyenne d'une série statistique

A connaître

- Pour calculer la moyenne d'une série statistique :
- On additionne toutes les valeurs de la série ;
 - On divise la somme obtenue par le nombre de valeurs de la série.

Exemple :

Calcule la moyenne M des notes 12, 15, 8, 12, 13, 12, 11, 13, 14, 7, 15, 11, 8, 12, 14 et 11.

$$M = \frac{12 + 15 + 8 + 12 + 13 + 12 + 11 + 13 + 14 + 7 + 15 + 11 + 8 + 12 + 14 + 11}{16} = \frac{188}{16} = 11,75$$

La moyenne des notes obtenues est de 11,75 (sur 20).

Objectif 15-3 Calculer la moyenne pondérée d'une série statistique

A connaître

- Pour calculer la moyenne pondérée d'une série statistique :
- On additionne les produits des valeurs par l'effectif (ou le coefficient) associé ;
 - On divise la somme obtenue par l'effectif total de la série.

Exemple :

Calcule la moyenne M des notes 12, 15, 8, 12, 13, 12, 11, 13, 14, 7, 15, 11, 8, 12, 14 et 11.

Le tableau suivant regroupe les notes obtenues par un élève au premier trimestre :

Notes	7	8	11	12	13	14	15
Effectif	1	2	3	4	2	2	2

Calcul de la moyenne M :

$$M = \frac{7 \times 1 + 8 \times 2 + 11 \times 3 + 12 \times 4 + 13 \times 2 + 14 \times 2 + 15 \times 2}{16} = \frac{188}{16} = 11,75$$

La moyenne des notes obtenues est de 11,75 (sur 20).

Remarques :

- La pondération (le poids) associé à chaque valeur peut être :

Son effectif : Dans ce cas, la moyenne pondérée est égale à la moyenne classique.

Un coefficient : Par exemple, une note unique comptant double aura un coefficient de 2.

- Lorsque les valeurs sont regroupées en classes, on utilise le centre des classes pour calculer la moyenne.

Objectif 15-4 Déterminer la médiane et l'étendue d'une série statistique

A connaître

On appelle **médiane** m d'une série statistique tout nombre qui partage cette série en deux groupes de même effectif.

Pour déterminer la médiane il faut commencer par ordonner les valeurs dans l'ordre croissant.

La médiane est insensible aux valeurs extrêmes de la série.

L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs prises par cette série.

Exemple 1 : Avec une série de 16 notes obtenues à un contrôle :

On commence par ranger les seize notes dans l'ordre croissant :

7 8 8 11 11 11 12 12 12 12 13 13 14 14 15 15

Médiane : Seize divisé par 2 fait 8 : Toute nombre compris entre la 8^{ième} et la 9^{ième} valeur partage la série en deux groupes de même effectif (8 valeurs avant, 8 valeurs après). Pour cette série, la médiane est 12.

Étendue : La valeur la plus basse est 7, la plus haute est 15, donc l'étendue est égale à $15 - 7 = 8$.

Interprétation : Il y a autant de notes en dessous qu'au dessus de 12, et il y a un écart de 8 points entre la plus basse et la plus haute.

Exemple 2 : Avec les buts marqués par une équipe durant 20 matches :

On commence par ranger les vingt résultats dans l'ordre croissant :

0 0 1 1 1 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 4 4 4 5 5

Médiane : Vingt divisé par 2 fait 10 : Toute nombre compris entre la 10^{ième} et la 11^{ième} valeur partage la série en deux groupes de même effectif (10 valeurs avant, 10 valeurs après). Pour cette série, la médiane est comprise entre 2 et 3, on choisit généralement la valeur centrale : 2,5.

Étendue : La valeur la plus basse est 0, la plus haute est 5, donc l'étendue est égale à $5 - 0 = 5$.

Interprétation : Il y a autant de scores en dessous qu'au dessus de 2,5, et il y a un écart de 5 points entre le score le plus bas et le plus haut.