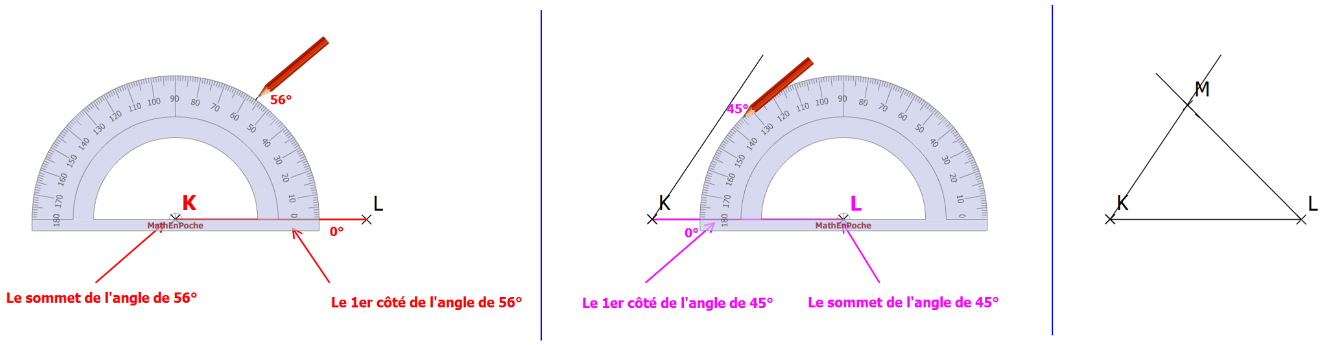
C4T7 – TRIANGLES

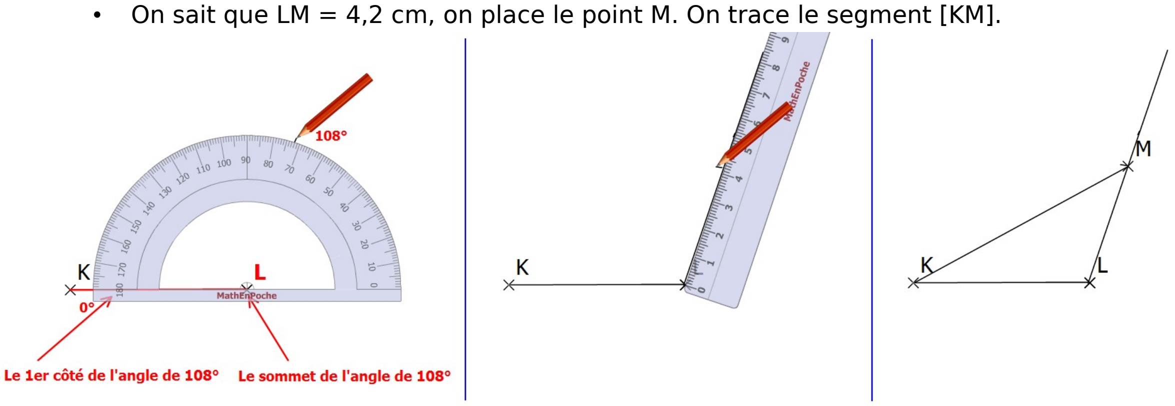
Objectif 7-1 Triangles égaux

1. Les trois constructions de base

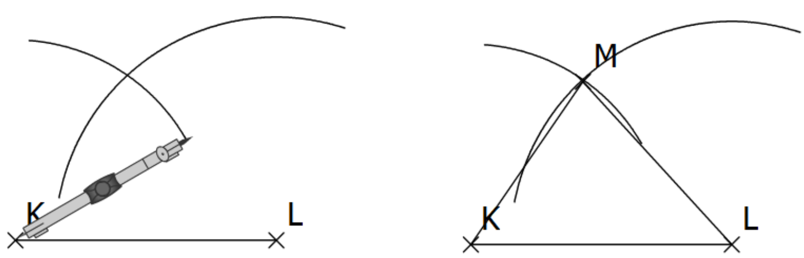
- **Construction du triangle KLM tel que** $KL=7\,cm$ **;** $\widehat{MKL}=56°$ **et** $\widehat{KLM}=45°$ **.**
    - On sait que : KL = 7 cm, on trace le segment [KL]
    - On sait que : $\widehat{MKL}=56°$, on construit l'angle $\widehat{MKL}$
    - On sait que : $\widehat{KLM}=45°$, on construit l'angle $\widehat{KLM}$
    - On place le point M intersection des deux demi-droites tracées.



- **Construction d'un triangle KLM tel que KL = 6 cm ; LM = 4,2 cm et** $\widehat{KLM}=108°$ **.**
    - On sait que : KL = 6 cm, on trace le segment [KL]
    - On sait que : $\widehat{KLM}=108°$, on construit l'angle $\widehat{KLM}$
    - On sait que LM = 4,2 cm, on place le point M. On trace le segment [KM].



- **Construction d'un triangle KLM tel que KL = 6 cm ; LM = 5 cm et KM = 4,5 cm.**
    - On sait que : KL = 6 cm, on trace le segment [KL].
    - On sait que : LM = 5 cm , on trace un arc de cercle de centre L et de rayon 5 cm.
    - On sait que : KM = 4,5 cm , on trace un arc de cercle de centre K et de rayon 4,5 cm.
    - On place le point M intersection des deux arcs de cercles tracés.
    - On trace les segments [KM] et [LM]



C4T7 – TRIANGLES

2. Triangles égaux (ou superposable, ou isométriques)

Pour chacun des trois cas vus en exemples dans le paragraphe 1, si l'on dessine deux triangles respectant les mêmes données de l'énoncé, on obtient deux triangles superposables.

Retenir

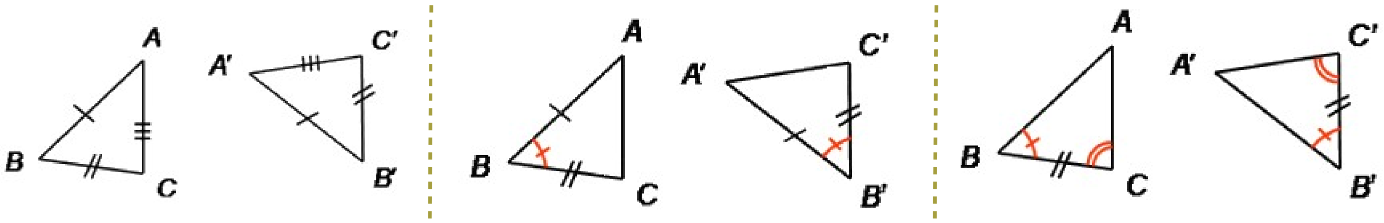
Deux triangles sont **égaux**, ou sont **superposables** ou encore sont **isométriques,**

s'ils ont, deux à deux, leurs <u>côtés de même longueur</u>,

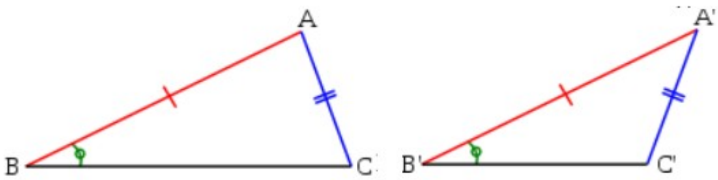
ou s'ils ont, deux à deux, <u>un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur</u>,

ou s'ils ont, deux à deux, <u>un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure</u>.

Exemples



Contre-exemple

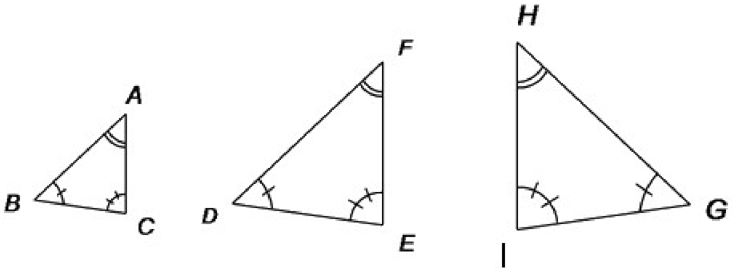


Objectif 7-2 Triangles semblables

Définition

On dit que deux triangles sont **semblables** si les deux triangles ont leurs **angles de même mesure,** pris deux à deux.

Exemple de triangles semblables



Propriété

Si deux triangles ont **deux angles égaux** pris deux à deux alors ils sont semblables.

Remarque : Il suffit de deux angles, car les troisièmes angles valent 180° moins la somme des 2 autres, donc sont égaux.

Attention Si deux triangles sont égaux alors ils sont semblables (ils ont la même forme). Mais la réciproque est fausse, deux triangles semblables ne sont pas forcément égaux (ils n'ont pas forcément la même taille).

Propriétés

Si deux triangles sont **semblables**, alors les côtés opposés aux angles égaux ont leurs **longueurs proportionnelles**.

Si deux triangles ont les **longueurs** de leurs côtés **proportionnelles**, alors ils sont **semblables**.

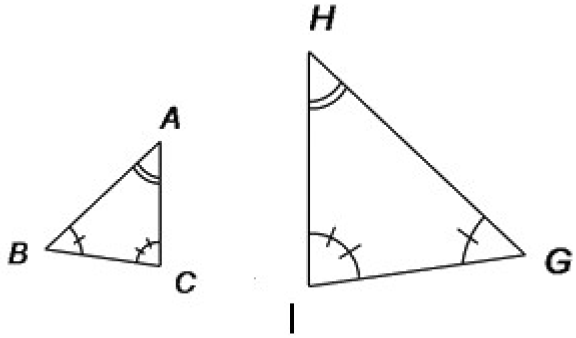
Exemple

Les triangles ABC et HGI sont semblables.

Les côtés **homologues** (côtés opposés à des angles égaux) sont : [AB] et [HG] ; [AC] et [HI] ; [BC] et [IG].

Tableau des côtés homologues :

Triangle ABC	AB	AC	BC
Triangle HGI	HG	HI	IG



D'après la première propriété, ce tableau est un tableau de proportionnalité, ce qui peut s'écrire :

$$\frac{HG}{AB}=\frac{HI}{AC}=\frac{IG}{BC}=k$$

Le rapport *k* est appelé coefficient d'agrandissement ou de réduction.

C4T7 – TRIANGLES

Objectif 7-3 Droites remarquables du triangle

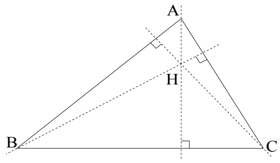
1. Hauteurs du triangle

Définition

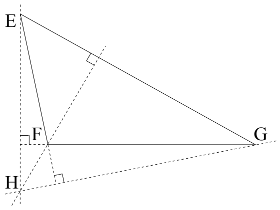
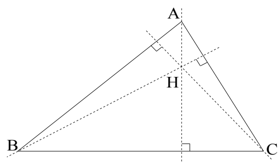
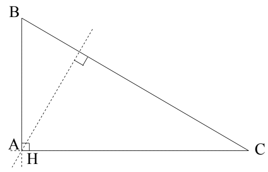
Droite perpendiculaire à un côté et passant par le sommet opposé.

Propriété

Les trois hauteurs sont concourantes en un point appelé orthocentre.



Remarques

		
Si un angle du triangle est obtus, alors l'orthocentre est à l'extérieur du triangle.	Si H est l'orthocentre de ABC, alors A est l'orthocentre du triangle BHC.	Si le triangle ABC est rectangle en A alors H et A sont confondus.

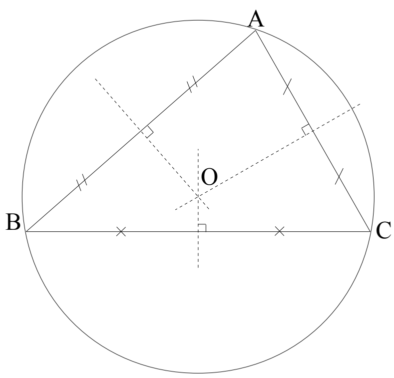
2. Médiatrices du triangle

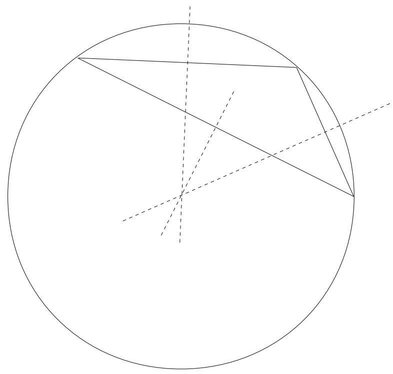
Définition

Droite perpendiculaire au côté (segment) passant par son milieu.

Propriété

Les trois médiatrices des côtés sont concourantes. Le point de concours est équidistant des trois sommets, c'est le centre **du cercle circonscrit** au triangle.





Remarque : Si le triangle a un angle obtus alors le centre du cercle circonscrit est à l'extérieur du triangle.