C4T8 – PUISSANCES D'UN NOMBRE

Objectif 8-1 Connaître et utiliser les puissances d'un nombre

Notation puissance

5^4 se lit « cinq puissance quatre » ou « cinq exposant quatre ».

Pour tout nombre relatif *a* non nul et tout nombre entier *n* supérieur à 1 :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}} \quad \text{et} \quad a^{-n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}} = \frac{1}{a^n}.$$

Par convention : $a^0 = 1$, $a^1 = a$ et $a^{-1} = \frac{1}{a}$.

Puissances et inverses

a^{-n} est l'inverse de a^n.
En particulier, la notation a^{-1} est utilisée pour désigner l'inverse d'un nombre a.

Exemples

$5^2 = 5 \times 5 = 25$ $\quad 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$ $\quad 2^{-3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0{,}125$ $\quad 3^{-2} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

$76^1 = 76$ $\quad 84^0 = 1$ $\quad 4^{-1} = \frac{1}{4} = 0{,}25$: 4^{-1} est l'inverse de 4.

Attention !

Les puissances sont prioritaires sur les opérations.

Exemple : Donne l'écriture décimale du nombre A = $4^3 + 250 \times 2^{-1} - 7$.

$A = 4^3 + 250 \times 2^{-1} - 7$

$A = 64 + 250 \times \frac{1}{2} - 7$ → On calcule les puissances, qui sont prioritaires, en utilisant leur définition.

$A = 64 + 125 - 7$ → On effectue ensuite la multiplication.

A = 182 → On termine par l'addition et la soustraction.

Signe de a^n

Pour tout nombre entier relatif n,

- Si a est **positif** alors a^n est **positif**.
- Si a est **négatif** alors a^n est **positif** lorsque l'**exposant** n est **pair**,
  et **négatif** lorsque l'**exposant** n est **impair**.

Exemple : Quel est le signe de A = $(-3)^4$ et de B = $(-2)^{-5}$?

- Comme – 3 est négatif et l'exposant 4 est pair, A est un nombre positif.
- Comme – 2 est négatif et l'exposant – 5 est impair, B est un nombre négatif.

Attention !

$(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$ se lit ''(-5) puissance 2'' ou encore ''le carré de (-5)''

mais $-5^2 = -(5^2) = -(5 \times 5) = -25$ se lit '''l'opposé de 5 puissance 2'' (les puissances sont prioritaires).

C4T8 – PUISSANCES D'UN NOMBRE

Objectif 8-2 Connaître et utiliser les puissances de 10

1. Multiples et sous-multiples

10^n	Préfixe	Symbole	En français	Écriture décimale
10^{24}	yotta	Y	Quadrillion	1 000 000 000 000 000 000 000 000
10^{23}				100 000 000 000 000 000 000 000
10^{22}				10 000 000 000 000 000 000 000
10^{21}	zetta	Z	Trilliard	1 000 000 000 000 000 000 000
10^{20}				100 000 000 000 000 000 000
10^{19}				10 000 000 000 000 000 000
10^{18}	exa	E	Trillion	1 000 000 000 000 000 000
10^{17}				100 000 000 000 000 000
10^{16}				10 000 000 000 000 000
10^{15}	péta	P	Billiard	1 000 000 000 000 000
10^{14}				100 000 000 000 000
10^{13}				10 000 000 000 000
10^{12}	téra	T	Billion	1 000 000 000 000
10^{11}				100 000 000 000
10^{10}				10 000 000 000
10^{9}	giga	G	Milliard	1 000 000 000
10^{8}				100 000 000
10^{7}				10 000 000
10^{6}	méga	M	Million	1 000 000
10^{5}				100 000
10^{4}				10 000
10^{3}	kilo	k	Mille	1 000
10^{2}	hecto	h	Cent	100
10^{1}	déca	da	Dix	10
10^{0}			Un	1
10^{-1}	déci	d	Dixième	0,1
10^{-2}	centi	c	Centième	0,01
10^{-3}	milli	m	Millième	0,001
10^{-4}				0,0001
10^{-5}				0,00001
10^{-6}	micro	µ	Millionnième	0,000001
10^{-7}				0,0000001
10^{-8}				0,00000001
10^{-9}	nano	n	Milliardième	0,000000001
10^{-10}				0,0000000001
10^{-11}				0,00000000001
10^{-12}	pico	p	Billionième	0,000000000001
10^{-13}				0,0000000000001
10^{-14}				0,00000000000001
10^{-15}	femto	f	Billiardième	0,000000000000001
10^{-16}				0,0000000000000001
10^{-17}				0,00000000000000001
10^{-18}	atto	a	Trillionième	0,000000000000000001
10^{-19}				0,0000000000000000001
10^{-20}				0,00000000000000000001
10^{-21}	zepto	z	Trilliardième	0,000000000000000000001
10^{-22}				0,0000000000000000000001
10^{-23}				0,00000000000000000000001
10^{-24}	yocto	y	Quadrillionième	0,000000000000000000000001

C4T8 – PUISSANCES D'UN NOMBRE

2. Multiplier par une puissance de 10

Pour tout nombre entier positif n :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1\underbrace{0\ldots0}_{n \text{ zéros}} \; ; \; 10^{-n} = \underbrace{0{,}0\ldots0}_{n \text{ zéros}}1 \text{ et } 10^0 = 1 .$$

Multiplier un nombre par 10^n revient à décaler la virgule de n rangs vers la droite (on complète par des zéros si nécessaire).

Multiplier un nombre par 10^{-n} revient à décaler la virgule de n rangs vers la gauche (on complète par des zéros si nécessaire).

Remarque : Multiplier par 10^{-n} revient à diviser par 10^n .

Exemples : Donne l'écriture décimale des nombres $208{,}641 \times 10^2$ et $37{,}1 \times 10^{-3}$.

$208{,}641 \times 10^2 = 208{,}641 \times 100 = 20\ 864{,}1$ $37{,}1 \times 10^{-3} = 37{,}1 \times 0{,}001 = 0{,}037\ 1$

3. Notation scientifique

Tout nombre décimal non nul peut être écrit en **notation scientifique**, c'est-à-dire sous la forme $\boldsymbol{a \times 10^n}$, où a est un nombre décimal dont la distance à zéro est comprise entre 1 et 10 (10 exclu), c'est à dire **ayant un seul chiffre non nul avant la virgule,** et où n est un nombre **entier relatif**. Le nombre a est appelé : **mantisse**.

Exemple : Écris le nombre A = 6 430 en notation scientifique.

A = **6 430**

A = 6,43 × $\mathbf{10^3}$ ⟶ On déplace la virgule de manière à obtenir un nombre ayant un seul chiffre non nul avant la virgule puis on multiplie par la puissance de 10 de manière à avoir égalité.

L'écriture scientifique de A est donc **6,43** × $\mathbf{10^3}$