C5T10 – Proportionnalité

Objectif 10-1 Reconnaître une situation de proportionnalité

Définition

On dit qu'un tableau est un tableau de proportionnalité si les nombres de la deuxième ligne sont obtenus **en multipliant ceux de la première par un même nombre**. Ce nombre s'appelle le **coefficient de proportionnalité**.
On calcule ce coefficient de proportionnalité en divisant le nombre du bas par le nombre du haut.

Exemple

Au marché, des bananes sont vendues suivant le tarif ci-dessous :

Masse en kg	2	4	5
Prix en €	3	6	7,50

Comme $\frac{3}{2}=\frac{6}{4}=\frac{7{,}50}{5}=1{,}5$ le prix payé est proportionnel à la quantité achetée.

Contre-exemple

La taille d'une personne n'est pas proportionnelle à son âge.

Âge en années	5	10	15
Taille en cm	100	130	170

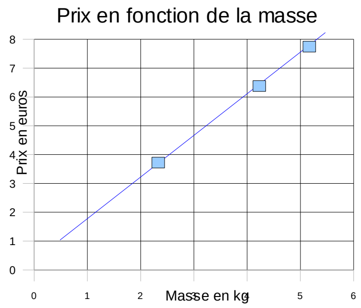
Comme $\frac{100}{5}=20$ mais $\frac{130}{10}\neq 20$ et $\frac{170}{15}\neq 20$ ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

Retenir

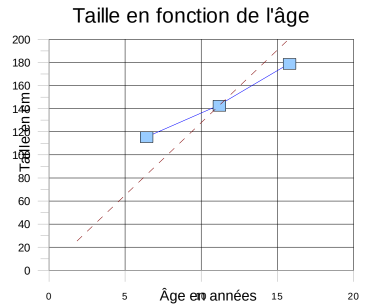
Pour démontrer qu'un tableau est un tableau de proportionnalité il faut calculer, pour chaque colonne, le rapport $\frac{nombre\ du\ bas}{nombre\ du\ haut}$ et montrer que l'on obtient toujours le même nombre.

Propriété

Le graphique associé à un tableau de proportionnalité est un ensemble de points alignés avec l'origine du repère.



Proportionnalité



Non proportionnalité

Objectif 10-2 Compléter un tableau de proportionnalité, déterminer une quatrième proportionnelle

1. Passage par l'image de l'unité

On cherche le prix pour 1 kg : 2

puis on calcule pour 6 kg x 6

Masse en kg	2	1	6
Prix en €	3	$3 \div 2 = 1{,}5$	$1{,}5 \times 6 = 9$

2. Coefficient multiplicateur

On en prend trois fois plus donc on paie trois fois plus cher. x 3

Masse en kg	2	6
Prix en €	3	$3 \times 3 = 9$

3. Coefficient de proportionnalité

On cherche par combien multiplier la masse pour obtenir le prix. Ce nombre est constant.

$coefficient = \frac{3}{2} = 1{,}5$ $coefficient = \frac{4{,}50}{3} = 1{,}5$

$\times coefficient$
$\times 1{,}5$

Masse en kg	2	3	7
Prix en €	3	4,50	$7 \times 1{,}5 = 10{,}5$

4. Propriété additive de la linéarité

Le prix de 6 kg est égal au prix de 2 kg plus le prix de 4 kg

=

+

Masse en kg	2	4	6
Prix en €	3	6	$3+6=9$

C5T10 – Proportionnalité

Objectif 10-3 Proportionnalité et pourcentage

Retenir

Lorsqu'on calcule un pourcentage d'une grandeur, le résultat obtenu est proportionnel à la grandeur de départ. On peut donc utiliser un tableau de proportionnalité.

Un exemple

On se propose de calculer le pourcentage de filles dans les classes de 5^{e}A et de 5^{e}B.

On compte, en 5^{e}A, 20 élèves dont 12 filles, et, en 5^{e}B, 25 élèves dont 14 filles.

5A : nombre d'élèves	20	100
5A : nombre de filles	12	60

5B : nombre d'élèves	25	100
5B : nombre de filles	14	56

Dans un classe de 100 élèves :

- en ayant la même proportion de filles qu'en 5A on en compterait 60 donc il y a 60% de filles en 5A.
- en ayant la même proportion de filles qu'en 5B on en compterait 56 donc il y a 56% de filles en 5B.

Objectif 10-4 Calculer et utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin

Retenir

Les dimensions sur une reproduction sont proportionnelles aux dimensions réelles. On peut donc utiliser un tableau de proportionnalité. L'échelle de la reproduction sert à indiquer le rapport entre les dimensions sur la reproduction et les dimensions réelles.

Généralement, l'échelle est donnée par une fraction :

$$\textit{échelle} = \frac{\textit{longueur sur la reproduction}}{\textit{longueur réelle}}$$

Attention : Les longueurs sont exprimées dans la **même unité**.

Exemple

Une échelle de $\frac{1}{20\,000}$ signifie que 1 cm sur le plan représente 20 000 cm dans la réalité, (200 m).

Distance réelle (cm)	20 000	70 000
Distance sur le plan (cm)	1	3,5

3,5 cm sur le plan représente 70 000 cm en réalité, soit 700 m.

Lorsque l'échelle est **plus grande que 1**, la reproduction est un **agrandissement.**

Lorsque l'échelle est **plus petite que 1**, la reproduction est une **réduction**.

Objectif 10-5 Durées

Retenir

Les durées exprimées en heure et minutes (deux nombres entiers) ne sont pas utilisables pour faire des calculs. Il faut les convertir en heures décimales (un seul nombre décimal). La conversion n'est pas directe car **les minutes sont des soixantièmes d'heures, pas des centièmes.**

Exemple

Une durée de **1 heure et 30 minutes** (« une heure et demi ») correspond à **1,5 heure**.

Une durée de **1 heure et 15 minutes** (« une heures et quart ») correspond à **1,25 heure**.

Méthode : Passer de heures et minutes à un nombre décimal d'heure

On écrit les minutes comme des soixantièmes d'heures et on ajoute le résultat au nombre d'heure.

Exemple

$$2\text{h }\mathbf{30min} = 2\text{h} + \mathbf{30}\times\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{60}}\mathbf{h} = 2\text{h} + \mathbf{0{,}5h} = 2{,}5\text{h}$$

$$7\text{h }\mathbf{12min} = 7\text{h} + \mathbf{12}\times\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{60}}\mathbf{h} = 7\text{h} + \mathbf{0{,}2h} = 7{,}2\text{h}$$

Méthode : Passer d'un nombre décimal d'heures à des heures et minutes

On multiplie la partie décimale par 60 pour obtenir le nombre de minutes correspondant.

Exemple

$$3{,}1\text{ h} = 3\text{h} + \mathbf{0{,}1h} = 3\text{h} + \mathbf{0{,}1\times60\ min} = 3\text{h }\mathbf{6min}$$

$$5{,}45\text{ h} = 5\text{h} + \mathbf{0{,}45h} = 5\text{h} + \mathbf{0{,}45\times60\ min} = 5\text{h }\mathbf{27min}$$