C5T6 – Arithmétique

Objectif 6-1 Division euclidienne

Définition

$\begin{array}{c\|c} a & b \\ \hline r & q \end{array}$	Effectuer la division euclidienne d'un nombre **entier** a par un nombre **entier** b, non nul, c'est trouver deux entiers q et r tels que : $a = b \times q + r$ et $r < b$

Euclide, (né vers -325, mort vers -265 à Alexandrie) est un mathématicien de la Grèce antique ayant probablement vécu en Afrique, auteur des Éléments, qui sont considérés comme l'un des textes fondateurs des mathématiques modernes.

Vocabulaire

a s'appelle le dividende, b le diviseur, q le quotient et r le reste.

Exemples

$\begin{array}{c\|c} 56 & 8 \\ \hline 0 & 7 \end{array}$ $56 = 8 \times 7 \ (+\ 0)$	$\begin{array}{c\|c} 45 & 7 \\ \hline 3 & 6 \end{array}$ $45 = 7 \times 6 + 3$

Objectif 6-2 Multiples, diviseurs, critères de divisibilité

Vocabulaire

Comme 56 = 8 x 7 , on peux dire que :

- « 56 **est un** multiple de 8 » ou encore « 8 **a pour** multiple 56 »,
- « 56 **est un** multiple de 7 » ou encore « 7 **a pour** multiple 56 »,
- « 8 et 7 **sont** des diviseurs de 56 » ou encore « 56 **a pour** diviseurs 8 et 7 »

(attention il y en a d'autres, par exemple 2).

Critères de divisibilité

Un nombre est divisible par 2 si le chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.

Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Un nombre est divisible par 4 si ses 2 derniers chiffres forment un nombre divisible par 4.

Un nombre est divisible par 5 si le chiffre des unités est 0 ou 5.

Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Un nombre est divisible par 10 si le chiffre des unités est 0.

Exemple

Détermine des diviseurs de 23 958 à l'aide des critères de divisibilité.

Le chiffre des unités de 23 958 est 8 donc 23 958 est **divisible par 2** mais **pas par 5**.

La somme des chiffres de 23 958 est 2 + 3 + 9 + 5 + 8 soit 27.

Comme 27 est divisible par 3 et par 9, 23 958 est **divisible par 3 et par 9**.

58 n'est pas divisible par 4 donc 23 958 n'est **pas divisible par 4**.

Conclusion : 23 958 est un nombre divisible par 2, 3 et 9. (Attention : ce nombre a d'autres diviseurs, par exemple 18).

Objectif 6-3 Nombres premiers

Définition : Nombre premier

Un **nombre premier** est un entier naturel qui admet **exactement deux diviseurs** distincts entiers et positifs, qui sont **1 et lui-même**.

À connaître :

Liste des 11 premiers nombres premiers : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19; 23 ; 29 ; 31

Remarque : 1 n'est pas un nombre premier : il n'a qu'un seul diviseur (1).
2 est le seul nombre premier pair (tous les autres sont, par définition, divisible par 2).
Les nombres impairs ne sont pas tous premiers. Exemple : 15 est aussi divisible par 3 et 5.

Propriété

Tout **nombre <u>non premier</u>** supérieur à 1 peut se **décomposer** en **produits de facteurs premiers**. Cette décomposition est **unique** à l'ordre des facteurs près.

Exemple : $15 = 3 \times 5$ $20 = 2 \times 2 \times 5$

$198 = 2 \times 3 \times 3 \times 11$

Méthode : Décomposer un nombre en produits de facteurs premiers

On décompose le nombre en écrivant une multiplication d'entiers donnant ce nombre, puis on décompose chaque facteur non premier, et on recommence tant qu'il reste des facteurs non premiers.

Exemple : Décomposition en facteurs premiers de 56 :

$56 = 4 \times 14$ 4 n'est pas premier, on le décompose : 2×2
$56 = 2 \times 2 \times 14$ 14 n'est pas premier, on le décompose : 2×7
$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$ tous les facteurs (2 et 7) sont premiers, la décomposition est terminée.

La décomposition de 56 est : $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$

Remarque : Quelque soit le produit choisi au départ, la décomposition finale sera la même.
.