C3T10 – Fonctions affines

Objectif 10-1 Reconnaître une fonction affine

1. Définition

A connaître

On appelle **fonction affine**, de coefficients a et b, toute fonction qui, à tout nombre noté x, associe le nombre **a × x + b** (c'est-à-dire $x \longmapsto$ **a × x + b**) où a et b sont deux nombres relatifs.

Exemples

$f(x) = 2 \times x - 3$ est une fonction **affine** de coefficients a=(+2) et b=(-3).

$g(x) = -\frac{x}{4}+\frac{1}{2}$ est une fonction **affine** de coefficients $a=-\frac{1}{4}$ et $b=\frac{1}{2}$.

2. Tableau des accroissements associé à un tableau de valeurs

Exemple

variations des antécédents: -1-0 ; 2-(-1) ; 4-2

antécédents	x	0	-1	2	4
images	$f(x)=2x-3$	-3	-5	1	5

variations des images: -5-(-3) ; 1-(-5) ; 5-1

Tableau des accroissements

Variations des antécédents	-1	3	2
Variations des images	-2	6	4

Coefficient de proportionnalité : a = (+2)

A connaître

Le tableau des accroissements associé à un tableau de valeurs d'une **fonction affine** est un **tableau de proportionnalité,** son coefficient est le nombre a.

Pour démontrer qu'un tableau de valeurs est celui d'une fonction affine on peut démontrer que le tableau des accroissements est un tableau de proportionnalité.

Objectif 10-2 Déterminer, par le calcul, l'image ou l'antécédent d'un nombre par une fonction affine

Exemple

Soit la fonction f telle que $f(x) = 2x - 9$. Calcule l'image de 3 et l'antécédent de 7 par le fonction f.

Image de 3	Antécédent de 7
$f(3) = 2 \times 3 - 9$ On remplace x par 3. $f(3) = -3$ On calcule. L'image de 3 par la fonction f est -3.	On cherche le nombre n qui a pour image 7 par la fonction f. L'image de n est $f(n) = 2n - 9$ donc on résout l'équation : $f(n) = 7$ ou encore $2n - 9 = 7$ $2n = 7 + 9$ $2n = 16$ $n = 8$ L'antécédent de 7 par f est donc 8.

C3T10 – Fonctions affines

Objectif 10-3 Représenter graphiquement une fonction affine

A connaître

Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine f de coefficients a et b est l'ensemble des points de coordonnées (x ; ax+b). Cet ensemble de points constitue une **droite.**
Le point de coordonnées (0;b) est un point particulier de cette droite.

Remarque : Pour tracer une droite, il suffit de connaître deux de ses points.
Comme on connaît déjà le point (0;b), il suffit d'en déterminer un autre.

A connaître

Le coefficient **a** est le **coefficient directeur** de la droite, aussi appelé **pente**.
(Il indique la direction de la droite représentative en donnant l'accroissement de l'ordonnée lorsque l'abscisse augmente de 1).

Le coefficient **b** s'appelle l'**ordonnée à l'origine**, (c'est la valeur de y quand x=0).

Exemple

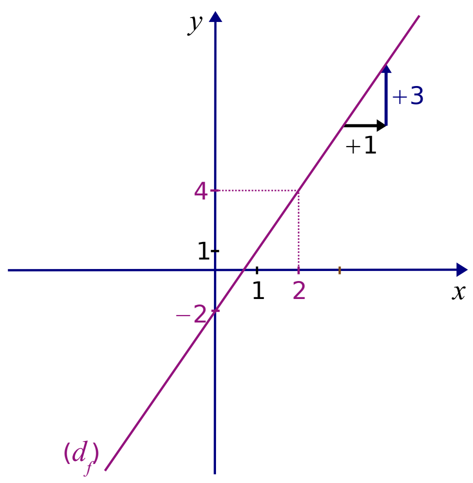
Représente graphiquement la fonction f définie par $f(x) = 3x - 2$.

f est une fonction affine de coefficients a = 3 et b = − 2.

Sa représentation graphique est une droite qui passe par les points de coordonnées (0 ; − 2) et (2 ; 4).

En effet :

Valeurs de x	0	2
Valeurs de $f(x)$	− 2	4
Points de la droite (d_f)	(0 ; − 2)	(2 ; 4)



Cas particuliers

Si b = 0, le point (0;0) appartient à la droite représentative de la fonction.

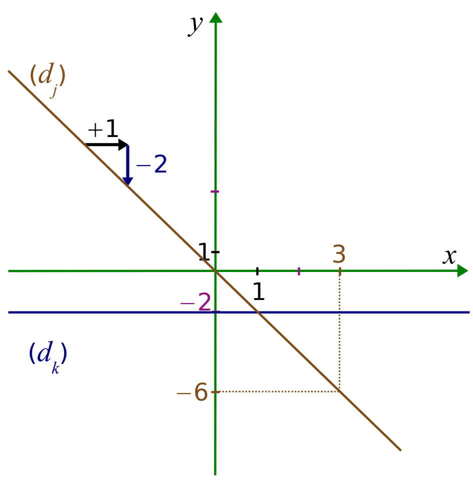
Les fonction linéaires sont donc des cas particuliers de fonctions affines.

Exemple : $j : x \longmapsto -2x$.

Si a = 0 on dit que la fonction est constante.

Tous les points de sa représentation graphique on pour ordonnée b.

Exemple : $k : x \longmapsto -2$.



C3T10 – Fonctions affines

Objectif 10-4 Déterminer l'expression algébrique d'une fonction affine à partir de deux nombres donnés et de leurs images

a est le coefficient de proportionnalité entre les accroissements de $f(x)$ et de x, (voir §1-2),donc :

Pour tous nombres x_1 et x_2 distincts, a = $\dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Exemple

Détermine la fonction affine f telle que $f(5) = 4$ et $f(-2) = 25$ soit encore

$x_1=5$	$x_2=-2$
$f(x_1) = 4$	$f(x_2) = 25$

Ici, le calcul de a donne : a = $\dfrac{f(-2) - f(5)}{-2-5} = \dfrac{25-4}{-2-5} = \dfrac{21}{-7}$ = – 3, ce qui signifie que f(x) = − 3x + b.

Ensuite on obtient b en utilisant $f(5) = 4$ ou $f(-2) = 25$.

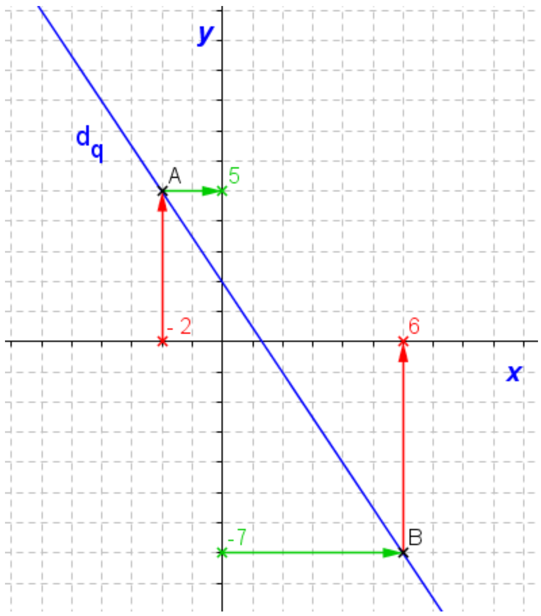
Par exemple, si on utilise $f(5) = 4$ on obtient l'équation (−3) x 5+ b = 4, dont la résolution donne b = 19.

(On peut vérifier que $f(-2)$ = (− 3) x (− 2)+ 19 = 25)

Conclusion : *f est définie par $f(x) = -3x + 25$*

Objectif 10-5 Déterminer l'expression algébrique d'une fonction affine associée à une droite donnée dans un repère

1. Par un calcul



Exemple

Voici le graphique d'une fonction affine notée q.

L'image de − 2 par la fonction q est environ 5.

L'antécédent de − 7 par la fonction q est environ 6.

Le problème est de déterminer q telle que q(-2)=5 et q(6)=−7.

D'après le paragraphe précédent on a :

$$a = \frac{q(-2) - q(6)}{-2-6} = \frac{5-(-7)}{-2-6} = \frac{12}{-8} = -\frac{3}{2}$$

ce qui signifie que $q(x) = -\dfrac{3}{2}x + b$.

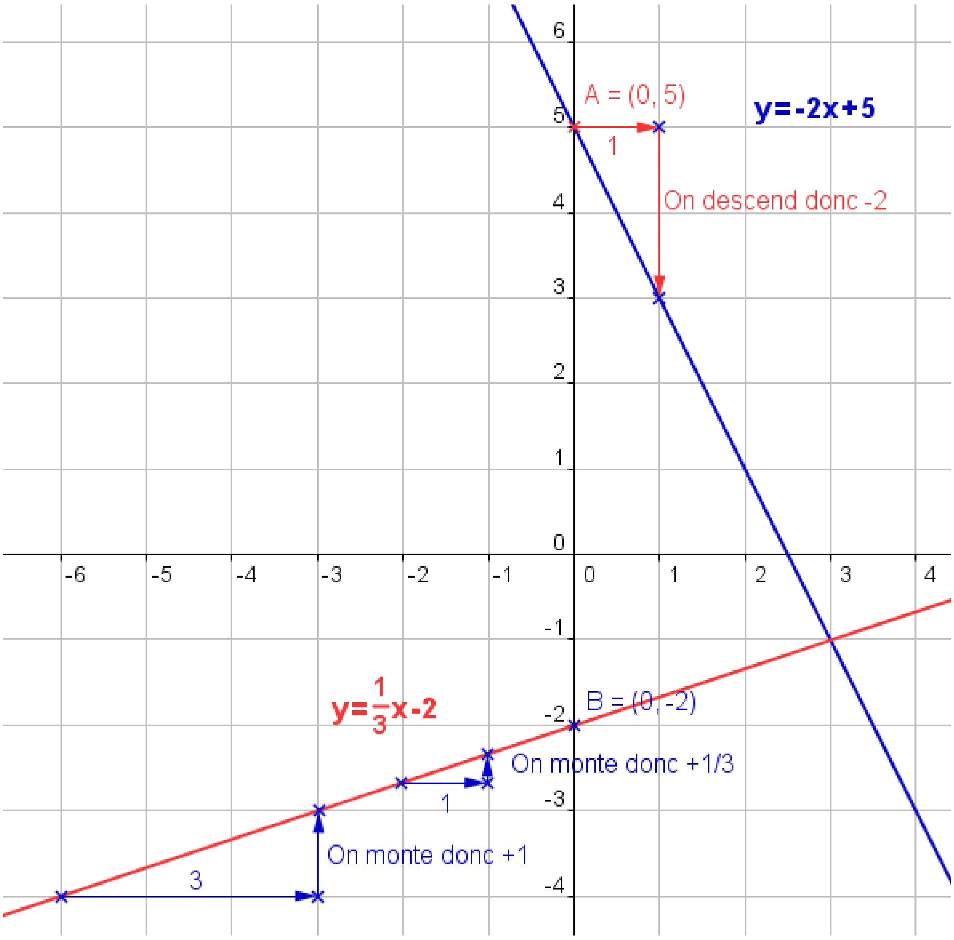
Et, en utilisant par exemple $q(-2)=5$, soit $5 = -\dfrac{3}{2} \times (-2) + b$ on obtient 5 = 3 + b, soit b = 2.

Conclusion : $q : x \longmapsto -\dfrac{3}{2}x + 2$.

2. Par lecture directe sur le graphique

Rappel : toute lecture graphique est entachée d'erreurs, par conséquent cette méthode n'est à utiliser que pour vérifier ou conjecturer.

Exemple



La pente de la droite donne le coefficient a, compté positif si la droite « monte », négatif si la droite « descend ».

L'ordonnée du point d'intersection de la droite et de l'axe des ordonnées donne le coefficient b.

Droite bleue :

Pente -2

A(0;5) donc b = 5

équation : $y=-2x+5$

Droite rouge :

Pente + 1/3

B(0;-2) donc b = -2

équation : $y=\frac{1}{3}x-2$