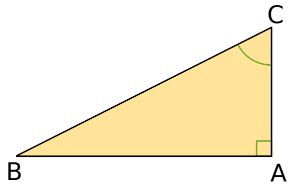
C3T11 – Trigonométrie

Activité 1 Les mots pour le dire

1. Vocabulaire



a. Sur la figure ci-contre, repasse en rouge les côtés de l'angle $\widehat{ACB}$.

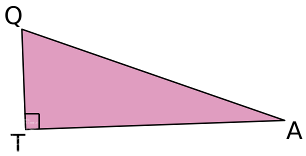
b. Quelle est la nature du triangle ABC ? Comment s'appelle le côté [BC] ?

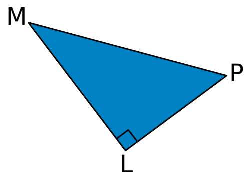
c. Le côté adjacent à un angle aigu du triangle rectangle est le côté de l'angle droit qui est aussi un côté de l'angle. Quel est le côté adjacent de l'angle $\widehat{ACB}$?

d. Le côté opposé à un angle aigu du triangle rectangle est le côté de l'angle droit qui **n'est pas** un côté de l'angle. Quel est le côté opposé de l'angle $\widehat{ACB}$?

2. Côté adjacent et côté opposé

Pour les deux triangles ci-dessous, donne le côté adjacent et le côté opposé de chaque angle aigu.





Activité 2 Cosinus, sinus et tangente dans un triangle rectangle

Observation

A partir de l'observation de l'animation « Rapports dans le triangle rectangle » (Menu Comprendre du m@nuel), complète les phrases suivantes :

a. Les rapports $\frac{OA}{OB}$ et $\frac{OC}{OE}$ sont toujours .... (d'après le théorème de ....)

b. Lorsque les dimensions des côtés changent, les rapports $\frac{OA}{OB}$ et $\frac{OC}{OE}$ ....

c. Par contre, lorsque les dimensions des côtés changent, les rapports $\frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$, $\frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$ et $\frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$ restent ....

d. Pour modifier les valeurs des rapports $\frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$, $\frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$ et $\frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$, il faut modifier ....

e. Conclusion : Les rapports $\frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$, $\frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$ et $\frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$ ne dépendent que de ....

> La valeur du rapport $\frac{\text{côté adjacent à l'angle } \hat{O}}{\text{hypoténuse}}$ est appelé .... de l'angle $\hat{O}$.
>
> La valeur du rapport $\frac{\text{côté opposé à l'angle } \hat{O}}{\text{hypoténuse}}$ est appelée **sinus de l'angle** $\hat{O}$.
>
> La valeur du rapport $\frac{\text{côté opposé à l'angle } \hat{O}}{\text{côté adjacent à l'angle } \hat{O}}$ est appelée **tangente de l'angle** $\hat{O}$.

Activité 3 Valeur du cosinus, du sinus et de la tangente d'un angle aigu

Utilisation de la calculatrice

Vérifie que ta calculatrice est en « Degrés » (consulte la notice).

Repère la touche marquée « cos » ou « cosinus ». Cette touche permet d'obtenir le cosinus d'un angle donné.

La fonction secondaire de cette touche (activée en appuyant d'abord sur la touche « INV » ou « 2nde ») permet d'obtenir l'angle correspondant à une valeur du cosinus donnée.

Fait de même pour les fonctions sinus et tangente.

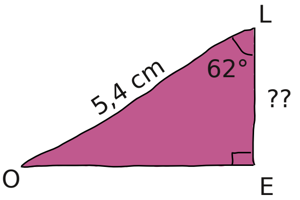
A l'aide de la calculatrice, complète le tableau suivant (arrondi les valeurs au millième) :

Angle α	30°				60°		45°
cos α		0,985				0,343	
sin α				0,985			
tan α			0,466				

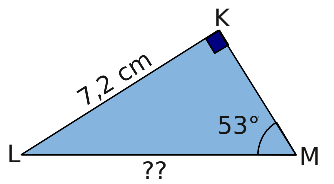
Activité 4 Applications (enfin...)

Dans chaque cas, calcule la mesure demandée en utilisant le rapport adéquat :

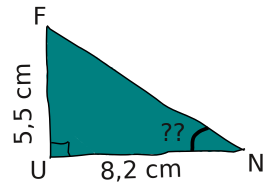
Cas n°1



Cas n°2

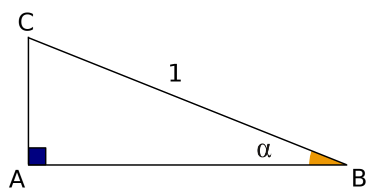


Cas n°3



Activité 5 Formules trigonométriques

On considère le triangle ABC rectangle en A, tel que BC = 1 unité. On note α l'angle $\widehat{ABC}$.



1. Première formule

a. Prouve que $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

b. Exprime AB et AC en fonction de α .

c. Déduis-en la valeur de $(\cos \alpha)^2 + (\sin \alpha)^2$.

2. Une autre formule

a. Exprime $\tan \alpha$ dans le triangle ABC rectangle en A.

b. En remplaçant AB et AC par les expressions trouvées au **1. b.**, trouve l'expression de la tangente de l'angle aigu α en fonction de son sinus et de son cosinus.

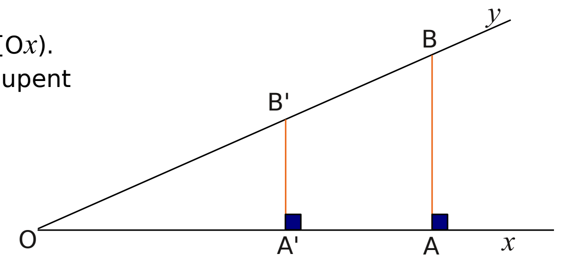
3. Application

Sachant que $\cos \alpha = 0{,}6$, détermine la valeur exacte de $\sin \alpha$ puis celle de $\tan \alpha$.

C3T11 – Trigonométrie

Activité 6 Cosinus, sinus et tangente dans un triangle rectangle

Démonstration



a. Sur la figure ci-contre, A et A' sont deux points de la demi-droite [Ox). Les perpendiculaires à [Ox) passant respectivement par A et A' coupent [Oy) en B et B'.

Démontre que $\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{A'B'}{AB}$.

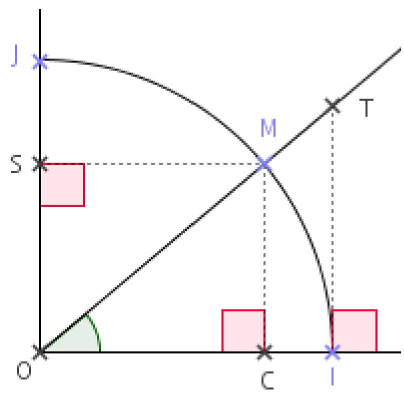
b. Démontre, à l'aide de l'égalité précédente, que $\frac{OA'}{OB'} = \frac{OA}{OB}$. (Aide : utilise le produit en croix)
A quoi correspondent ces rapports ?

c. Démontre que $\frac{A'B'}{OB'} = \frac{AB}{OB}$. A quoi correspondent ces rapports ?

d. Démontre maintenant que $\frac{A'B'}{OA'} = \frac{AB}{OA}$. A quoi correspondent ces rapports ?

Activité 7 Valeur du cosinus, du sinus et de la tangente d'un angle aigu

1. Par lecture graphique : Le quart de cercle trigonométrique



On considère la figure suivante dans laquelle le point M est sur le quart de cercle de rayon 1 unité. (« Quart de cercle trigonométrique » Menu Comprendre du m@nuel)

a. Dans le triangle MOC, rectangle en C, exprime le plus simplement possible $\cos \widehat{MOC}$ et $\sin \widehat{MOC}$ (Rappel : le quart de cercle est de rayon 1).

b. Dans le triangle TOI, rectangle en I, exprime le plus simplement possible $\tan \widehat{MOC}$.

c. Dans cette figure particulière, à quelle longueur correspond le cosinus de l'angle $\widehat{MOC}$? Son sinus ? Sa tangente ?

d. En déplaçant le point M et en utilisant les mesures approximatives fournies par geogebra, complète le tableau suivant :

Angle α	30°				60°		45°
cos α		0,985				0,343	
sin α				0,985			
tan α			0,466				

e. Quelques remarques :

Quelles sont les valeurs possible pour le cosinus d'un angle aigu ? Pour le sinus ?

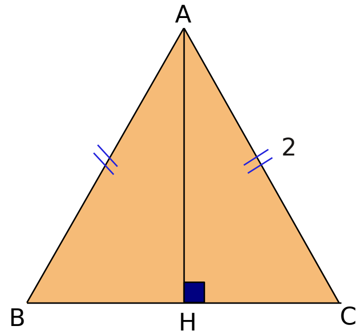
Quelles sont les valeurs possible pour la tangente ? Que se passe-t-il pour un angle de 90° ?

Les valeurs du cosinus, du sinus et de la tangente sont-elles proportionnelles à l'angle ?

Quelles sont les coordonnées du point M dans le repère (O, I, J) ?

C3T11 – Trigonométrie

2. Calcul de valeurs exactes : Premier cas particulier, l'angle de 60°



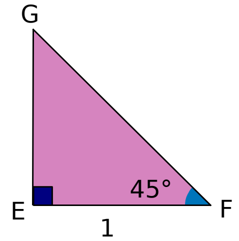
Considérons le triangle ABC équilatéral de côté 2 unités.

a. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$?
Que peux-tu dire de H ? Déduis-en la longueur de [BH].

b. Calcule la longueur exacte de [AH].

c. Dans le triangle ABH rectangle en H, calcule les valeurs exactes de cos 60°, de sin 60° et de tan 60°.

3. Calcul de valeurs exactes : Second cas particulier, l'angle de 45°



Considérons maintenant le triangle EFG rectangle en E tel que EF = 1 unité et l'angle $\widehat{EFG}$ mesure 45°.

a. Précise la nature de ce triangle.

b. Calcule la valeur exacte de FG.

c. Calcule les valeurs exactes de cos 45°, de sin 45° et de tan 45°.