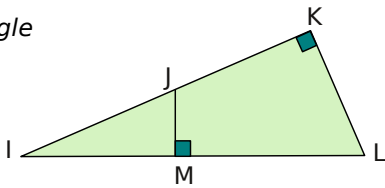


C3T11 – Trigonométrie – Exercices 1/5

Relations trigonométriques

1 Le bon triangle

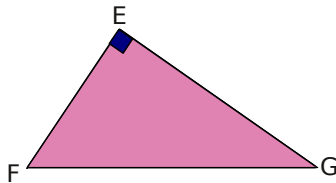


- a. On se place dans le triangle IKL rectangle en K.
- Quelle est son hypoténuse ?
 - Quel est le côté opposé à l'angle \widehat{KLI} ?
 - Quel est le côté opposé à l'angle \widehat{KIL} ?
- b. On se place dans le triangle IJM rectangle en M.
- Quelle est son hypoténuse ?
 - Quel est le côté opposé à l'angle \widehat{JIM} ?

2 À toi de jouer !

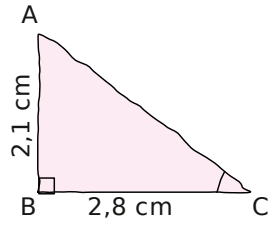
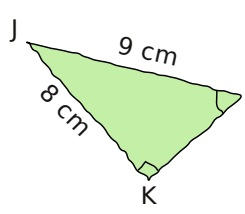
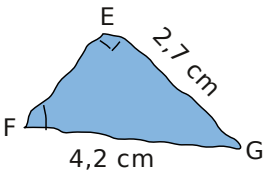
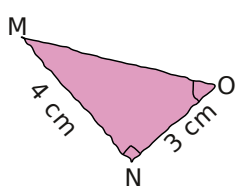
- a. Construis un triangle BON rectangle en O tel que $OB = 2,5$ cm et $ON = 4,5$ cm.
- b. Repasse en rouge l'hypoténuse, en vert le côté opposé à l'angle \widehat{BNO} et en bleu le côté adjacent à l'angle \widehat{BNO} .

3 EFG est un triangle rectangle en E.



Écris les relations donnant le sinus, le cosinus et la tangente de l'angle \widehat{EGF} dans le triangle EFG.

4 Indique dans chaque cas si on peut calculer, à l'aide des données, le sinus, le cosinus ou la tangente de l'angle marqué.

- a. 
- b. 
- c. 
- d. 

5 Quels rapports ?

MOI est un triangle rectangle en O. Que calcules-tu lorsque tu écris :

- a. $\frac{OI}{MI}$? b. $\frac{OI}{MO}$? c. $\frac{MO}{OI}$? d. $\frac{MO}{MI}$?

Il peut y avoir plusieurs réponses possibles. Précise l'angle pour chaque réponse donnée.

6 À l'aide de la calculatrice, donne la valeur arrondie au centième de :

- a. $\sin 75^\circ$ b. $\cos 26^\circ$ c. $\tan 83^\circ$ d. $\sin 18^\circ$

7 Donne la valeur arrondie au degré de α .

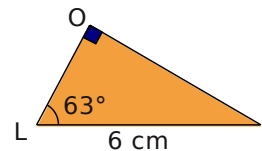
- a. $\sin \alpha = 0,24$ b. $\tan \alpha = 52$ c. $\cos \alpha = 0,75$
 d. $\tan \alpha = \frac{7}{2}$ e. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ f. $\sin \alpha = \frac{9}{10}$

Calculs de longueurs

8 Calcule x dans chacun des cas suivants.

- a. $\frac{x}{5,5} = 0,6$ b. $\frac{13}{x} = 0,25$ c. $0,8 = \frac{36}{x}$

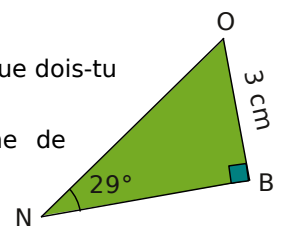
9 Calcul de la longueur d'un côté de l'angle droit



- a. Exprime le cosinus de l'angle \widehat{OLI} en fonction des longueurs des côtés du triangle.
- b. Quelle longueur peux-tu calculer à l'aide de ce cosinus ? Calcule l'arrondi au dixième de cette longueur.
- c. Exprime le sinus de l'angle \widehat{OLI} en fonction des longueurs des côtés du triangle.
- d. Quelle longueur peux-tu calculer à l'aide de ce sinus ? Calcule l'arrondi au dixième de cette longueur.

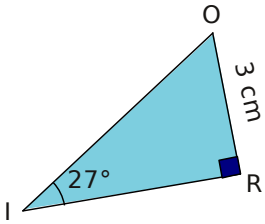
10 Que faut-il choisir ?

- a. Quelle relation trigonométrique dois-tu utiliser pour calculer BN ?
- b. Calcule l'arrondi au dixième de cette longueur.



C3T11 – Trigonométrie – Exercices 2/5

11 Calcul de l'hypoténuse

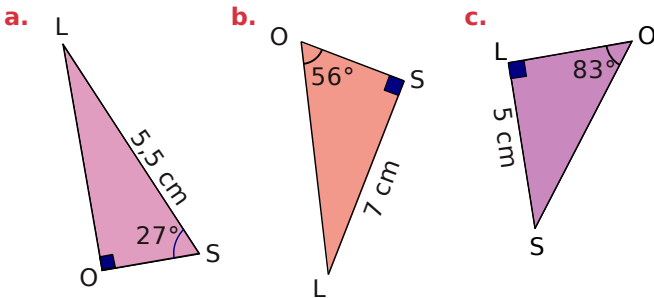


- Exprime le sinus de l'angle \widehat{RIO} en fonction des longueurs des côtés du triangle.
- Déduis-en la valeur arrondie au dixième de l'hypoténuse du triangle RIO.

12 Construis un triangle TOY rectangle en O tel que $TO = 4,5$ cm et $\widehat{YTO} = 73^\circ$.
Calcule la valeur arrondie au dixième de l'hypoténuse de ce triangle.

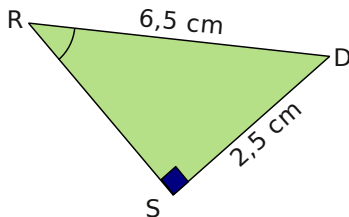
13 À toi de choisir !

Dans chaque cas, calcule la valeur arrondie au dixième de la longueur SO.



Calculs d'angles

14 Soit RDS un triangle rectangle en S.

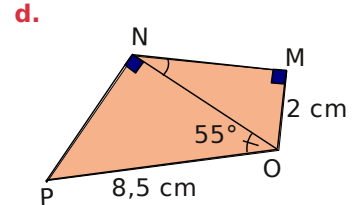
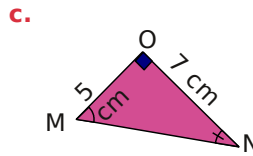
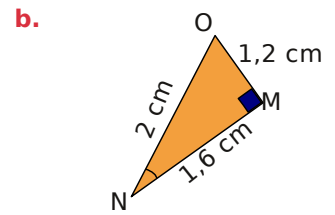
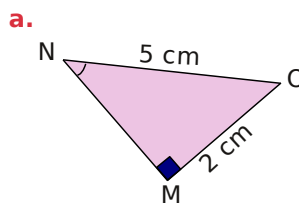


- Exprime le sinus de l'angle \widehat{DRS} en fonction des longueurs des côtés du triangle.
- Déduis-en la mesure arrondie au degré de l'angle \widehat{DRS} .

15 UVB est un triangle rectangle en B tel que $BV = 2$ cm et $UV = 3,5$ cm.

Calcule la mesure arrondie au degré de chacun des angles de ce triangle.

16 Dans chaque cas, calcule la mesure de l'angle MNO; donne la valeur arrondie au degré.



17 MOI est un triangle tel que $MO = 15$ cm, $OI = 25$ cm et $IM = 20$ cm.

- Ce triangle est-il rectangle ? Justifie ta réponse.
- Calcule la mesure arrondie au degré de chacun des angles de ce triangle.

Formules trigonométriques

18 Avec une formule trigonométrique

Calcule la valeur exacte de $\sin \hat{B}$ et de $\tan \hat{B}$ sachant que \hat{B} est un angle aigu tel que $\cos \hat{B} = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

19 Avec une formule trigonométrique (bis)

Calcule la valeur exacte de $\cos \hat{C}$ et de $\tan \hat{C}$ sachant que \hat{C} est un angle aigu tel que $\sin \hat{C} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

20 Avec les formules trigonométriques

Soit \hat{B} un angle aigu tel que $\tan \hat{B} = \frac{1}{2}$.

- Exprime $\sin \hat{B}$ en fonction de $\cos \hat{B}$.
- Déduis-en la valeur exacte de $\cos \hat{B}$ et $\sin \hat{B}$.

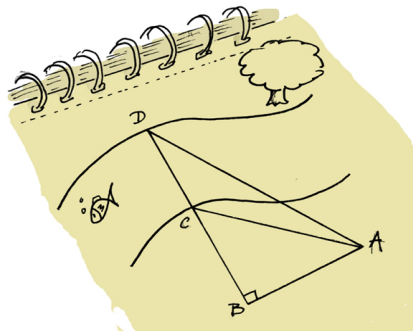
C3T11 – Trigonométrie – Exercices 3/5

Approfondissements

21 Extrait du Brevet

Monsieur Schmitt, géomètre, doit déterminer la largeur d'une rivière. Voici le croquis qu'il a réalisé :

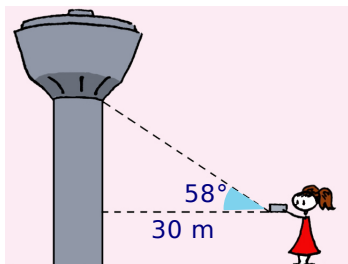
- $AB = 100 \text{ m}$;
 $\widehat{BAD} = 60^\circ$;
 $\widehat{BAC} = 22^\circ$;
 $\widehat{ABD} = 90^\circ$.



- Calculer la longueur BC au dixième près.
- Calculer la longueur BD au dixième près.
- En déduire la largeur de la rivière à un mètre près.

22 Château d'eau

Juliette mesure l'angle entre l'horizontale et le haut du réservoir d'un château d'eau grâce à un appareil placé à 1,70 m du sol. Elle trouve 58° .

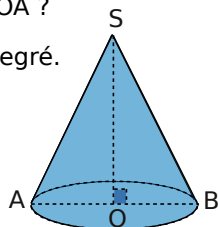


Calcule la hauteur du château d'eau arrondie au mètre.

23 Dans un cône

On considère un cône tel que $SA = 5 \text{ cm}$ et $AB = 6 \text{ cm}$.

- Quelle est la nature du triangle SOA ?
- Calcule l'angle \widehat{ASB} arrondi au degré.



24 Sans calculatrice

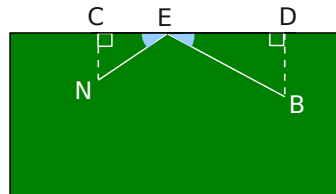
- Pour chaque question, justifie la construction.
- Construis un angle \hat{A} tel que $\tan \hat{A} = \frac{8}{9}$.
- Construis un angle \hat{B} tel que $\sin \hat{B} = 0,6$.

25 Comme sur du velours

L'unité de longueur est le centimètre.

Le rectangle ci-dessous représente une table de billard. Deux boules de billard N et B sont placées telles que $CD = 90$; $NC = 25$ et $BD = 35$. (Les angles \widehat{ECN} et \widehat{EDB} sont droits.)

Un joueur veut toucher la boule N avec la boule B en suivant le trajet BEN, E étant entre C et D, et tel que $\widehat{CEN} = \widehat{DEB}$.



On pose $ED = x$.

- Donner un encadrement de x .
- Exprimer CE en fonction de x .
- Dans le triangle BED, exprimer $\tan \widehat{DEB}$ en fonction de x .
- Dans le triangle NEC, exprimer $\tan \widehat{CEN}$ en fonction de x .
- Lancée sans effet, une boule de billard rebondit avec le même angle, donc \widehat{DEB} et \widehat{CEN} sont égaux. En déduire l'équation $35(90 - x) = 25x$.
- Résoudre cette équation.
- En déduire la valeur commune des angles \widehat{CEN} et \widehat{DEB} arrondie au degré.

26 Relations entre sinus, cosinus et tangente

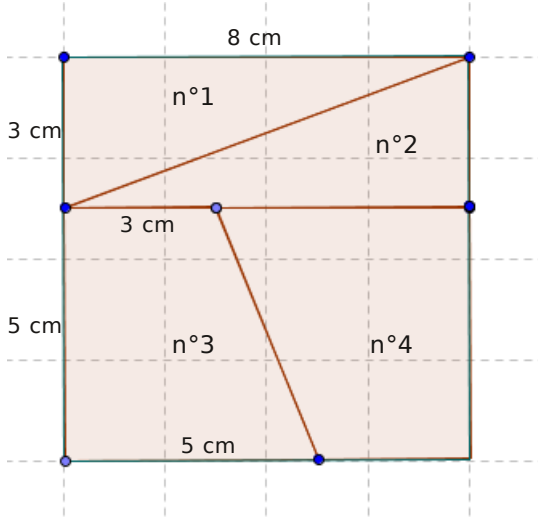
Soit MOT un triangle rectangle en M.

- Que peux-tu dire des angles \widehat{MTO} et \widehat{TOM} ?
- Écris les rapports entre les longueurs des côtés donnant le sinus, le cosinus et la tangente des angles \widehat{MTO} et \widehat{TOM} .
- Utilise la question b. pour écrire trois égalités.
- Déduis de ces égalités deux propriétés sur les angles complémentaires d'un triangle rectangle.

C3T11 – Trigonométrie – Exercices 4/5

27 Puzzle (paradoxe de Lewis Carroll)

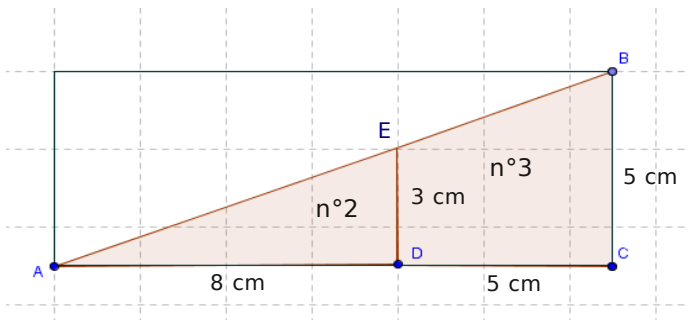
On considère un carré de côté 8 cm et découpé comme l'indique la figure ci-dessous



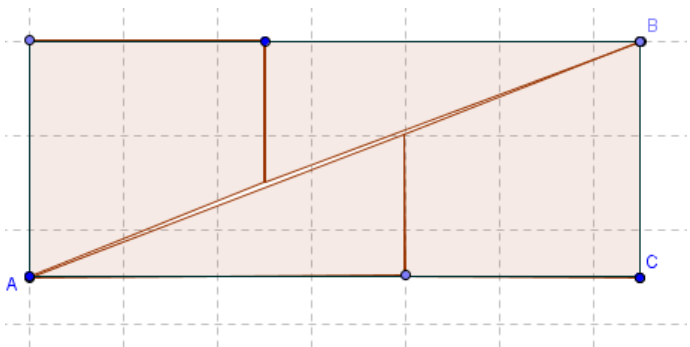
a. Dessine ce carré, découpe les 4 morceaux, puis reconstitue un rectangle en utilisant toutes les pièces.

b. Calcule l'aire du carré, puis celle du rectangle. Que remarques-tu ?

c. On considère la figure formée par les morceaux n°2 et n°3. En utilisant les triangles ABC et AED, respectivement rectangles en C et D, compare les angles EÂD et BÂC.



d. Déduis de la question précédente que l'hypothèse « les points A, E et B sont alignés » est fautive, et qu'en fait on n'a pas reconstitué un rectangle.



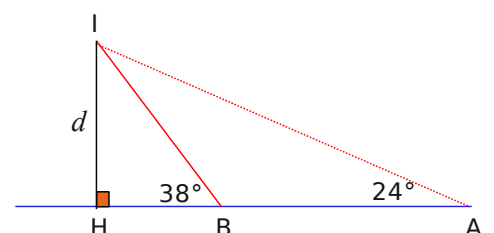
C3T11 – Trigonométrie – Pour finir le thème 5/5

		R1	R2	R3	R4
1	[AC] est le côté adjacent à l'angle aigu \widehat{BAC} dans le triangle...				
2	[AB] est le côté opposé à l'angle aigu \widehat{BCA} dans le triangle...				
3	TGP est un triangle rectangle en P donc...	$\cos \widehat{TGP} = \frac{GP}{TP}$	$\sin \widehat{GTP} = \frac{GP}{TG}$	$TG^2 = TP^2 + PG^2$	$\tan \widehat{GTP} = \frac{GP}{TP}$
4	$\tan 45^\circ = \frac{AB}{7}$ donc...	$AB = 7 \times \tan 45^\circ$	$AB = \frac{\tan 45^\circ}{7}$	$AB = \frac{7}{\tan 45^\circ}$	$AB \approx 7$
5		$\sin \widehat{OMP} = \frac{OM}{OP}$	$\cos \widehat{OPE} = \frac{MO}{OP}$	$\tan \widehat{EPO} = \frac{OE}{PO}$	$\sin \widehat{OPM} = \frac{OE}{OP}$
6	LNT est un triangle rectangle en N tel que TN = 7 cm et LN = 5 cm. On a donc...	$\widehat{TLN} = \frac{5}{7}$	$\widehat{TLN} \approx 54^\circ$	$\tan \widehat{TLN} = 1,4$	$\tan \widehat{LTN} \approx 0,7$
7	QRS est un triangle rectangle en R tel que SQ = 10 et RQ = 8 (en cm). On a donc...	$\widehat{RSQ} = 53^\circ$	$\widehat{RSQ} \approx 37^\circ$	$\widehat{RSQ} = 37^\circ$	$\widehat{RSQ} \approx 53^\circ$
8	Le triangle ISO est un triangle rectangle et isocèle en S donc...	$OI = SO \times \sqrt{2}$	$\frac{OS}{OI} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\tan \widehat{IOS} = 1$	$\tan \widehat{OIS} = 1$
9	Le sinus d'un angle aigu est...	un nombre quelconque	un nombre supérieur à 1	un rapport de longueurs	compris entre 0 et 1

Récréation mathématique

Terre, terre !

Un voilier suit un cap fixe à la vitesse constante de $22 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Le capitaine du bateau note l'heure à laquelle l'angle entre la direction du cap et celle de l'îlot mesure 24° (position A) puis 38° (position B). Il déclare : « Entre les deux relevés, il s'est écoulé 12 minutes. J'en déduis que nous passerons donc à 4,6 km environ de l'îlot (distance d sur la figure). ». Justifie l'affirmation du capitaine.



Indication : Exprime AB en fonction de d , $\tan 24^\circ$ et $\tan 38^\circ$ puis déduis-en d en utilisant une calculatrice.