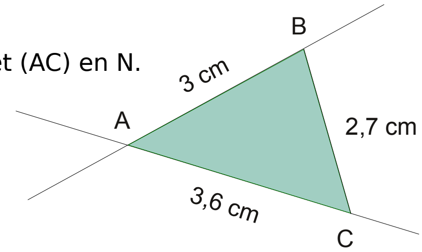
C3T2 – Propriété de Thalès et propriété réciproque

Activité 1 Le théorème de Thalès : un cas supplémentaire

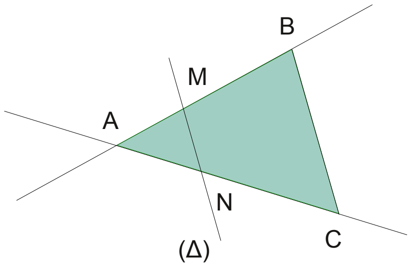
Dans le triangle ABC ci-contre, une droite (Δ), parallèle à (BC), coupe (AB) en M et (AC) en N.

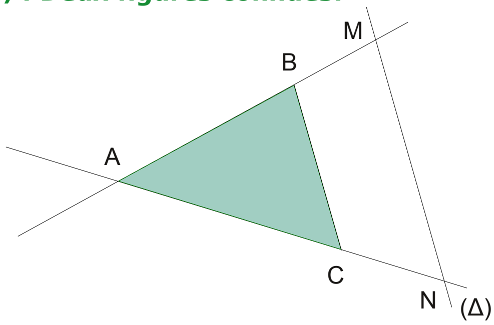
On donne AB = 3 cm, AC = 3,6 cm, BC = 2,7 cm

On étudie plusieurs positions de la droite (Δ).



1. La droite (Δ) coupe les demi-droites [AB) et [AC) : Deux figures connues.





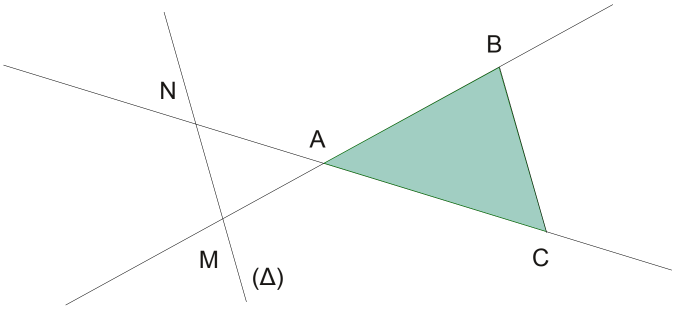
a. Que peut-on dire des triangles ABC et AMN dans les deux cas ?

b. En appliquant la propriété de Thalès vue en 4ième, écrire une égalité de rapports dans chacun des cas.

c. Dans la figure 1, on donne AM = 1 cm. Calcule mentalement les longueurs MN et AN.

d. Dans la figure 2, on donne AM = 4,5 cm. En t'aidant de l'égalité écrite au b., calcule les longueurs MN et AN .

2. La droite (Δ) passe de l'autre côté : l'effet papillon.



a. Que peut-on dire des triangles ABC et AMN dans ce cas ? Fais une remarque sur la position des points M et N.

b. Par la symétrie de centre A, construire les symétriques M' et N' des points M et N.

c. Que peut-on dire des longueurs AM et AM' d'une part, et AN et AN' d'autre part ? Justifier.

d. Que peut-on dire des droites (M'N') et (MN) ? Des droites (M'N') et (BC) ? Justifier.

e. Expliquer pourquoi $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$.

f. On donne AM = 1,5 cm. En t'aidant de l'égalité écrite au e., calcule les longueurs MN et AN .

3. Conclusion

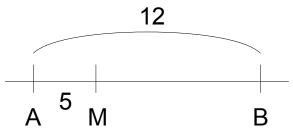
Complète l'énoncé suivant, qui constitue une formulation plus générale du théorème de Thalès :

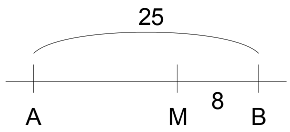
> (d) et (d') sont deux droites sécantes en A.
> B et M sont deux points de (d) distincts de A ; C et N sont deux points de (d') distincts de A.
>
> Si les droites ...... et ...... sont parallèles, alors : $\frac{\quad}{\quad}=\frac{\quad}{\quad}=\frac{\quad}{\quad}$

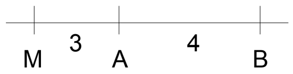
C3T2 – Propriété de Thalès et propriété réciproque

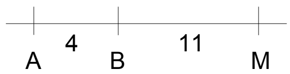
Activité 2 Placer des points sur une droite

1. **Dans chaque cas, donner la valeur des rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AM}{MB}$**







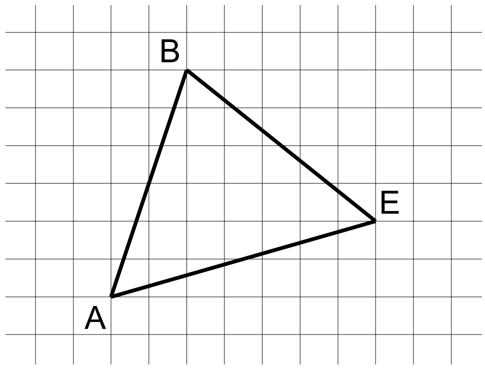


$\frac{AM}{AB}=$ $\frac{AM}{MB}=$ $\frac{AM}{AB}=$ $\frac{AM}{MB}=$ $\frac{AM}{AB}=$ $\frac{AM}{MB}=$ $\frac{AM}{AB}=$ $\frac{AM}{MB}=$

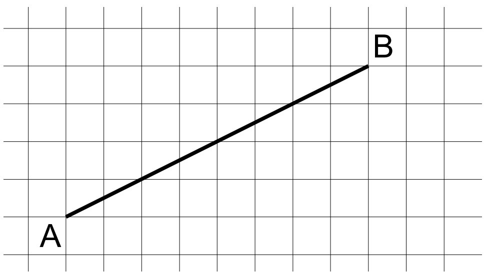
2. **Partages de segments (en utilisant les parallèles horizontales ou verticales du quadrillage).**

Placer les points suivants : R sur [AB] tel que $AR=\frac{1}{2}AB$,

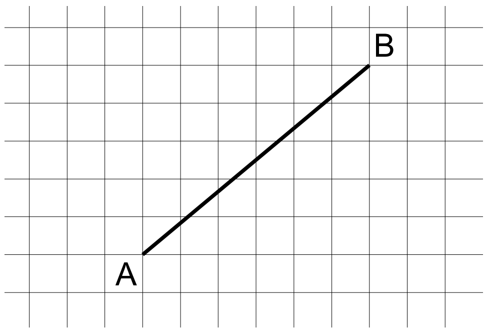
S sur [AE] tel que $SE=\frac{2}{7}EA$ et T sur [BE] tel que $\frac{BT}{BE}=\frac{3}{4}$



Placer les points M et N sur [AB] tels que : $\frac{AM}{AB}=\frac{3}{4}$ et $\frac{AN}{AB}=\frac{3}{8}$



Placer les points M et N sur [AB] tels que : $\frac{AM}{AB}=\frac{5}{6}$ et $\frac{AN}{AB}=\frac{1}{5}$



Dans le dernier cas, ajouter dans la figure les points nécessaires et justifier en utilisant le théorème de Thalès.

C3T2 – Propriété de Thalès et propriété réciproque

Activité 3 Réciproques et contraposées

Une propriété s'exprime souvent par une phrase de la forme : «Si "proposition P" alors "proposition Q"».

A partir de cette phrase nous pouvons en fabriquer deux autres par les procédés suivants :

1) On inverse l'ordre des propositions P et Q : La phrase obtenue s'appelle alors la réciproque;

2) On nie chaque proposition puis on inverse l'ordre des propositions. La phrase obtenue s'appelle alors la contraposée.

Exemple n°1

Si "x est multiple de 2" alors "x est pair". P : "x est multiple de 2" ; Q : "x est pair"

Réciproque : Si "x est pair" alors "x est multiple de 2". Si «Q» alors «P»

Contraposée : Si "x n'est pas pair" alors "x n'est pas multiple de 2". Si «non Q alors «non P»

Exemple n° 2

Si un quadrilatère "est un losange" alors "il a 4 côtés égaux".

Réciproque : Si un quadrilatère "a 4 côtés égaux" alors "c'est un losange".

Contraposée : Si un quadrilatère "n'a pas 4 côtés égaux" alors "ce n'est pas un losange".

Exemple n° 3

Si "m et n sont tous deux positifs" alors "la somme m + n est positive".

Réciproque : Si "la somme m + n est positive" alors "m et n sont tous deux positifs".

Contraposée : Si "la somme m + n n'est pas positive" alors "m et n ne sont pas tous deux positifs".

1. Que pensez vous de la valeur, vrai ou faux, de chaque phase ainsi obtenue dans les exemples ci-dessus ?

2. Reprendre l'exemple n° 2 en remplaçant le mot losange par le mot carré, puis déterminer la valeur, vrai ou faux, de chaque phrase.

3. Soit la propriété « S'il est 1h du matin (heure locale) , alors il fait nuit ».

Écrire les phrases réciproque et contraposée de cette propriété, puis déterminer la valeur, vrai ou faux, de chaque phrase.

4. Émettre une conjecture sur la valeur, vrai ou faux, de la phrase contraposée d'une propriété ou d'un théorème.

5. Émettre une conjecture sur la valeur, vrai ou faux, de la phrase réciproque d'une propriété ou d'un théorème.

6. Compléter :

Lorsqu'une propriété est VRAIE,la phrase contraposée a toujours une valeur .... ;

la phrase réciproque a une valeur tantôt .... tantôt .... (admis)

7. En option : Écrire la phrase contraposée de la propriété de Thalès.

Activité 4 Étude de la réciproque de la propriété de Thalès

1. Dans chacun des trois cas suivants :

a. Donner la valeur du rapport $\frac{AN}{AC}$.

b. Placer, en utilisant uniquement le quadrillage, le point M sur (AB) de façon à ce que $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$.

Figure 1

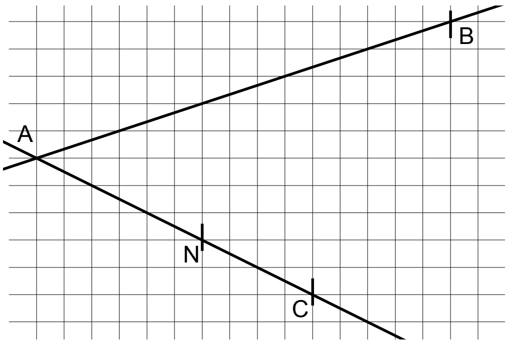


Figure 2

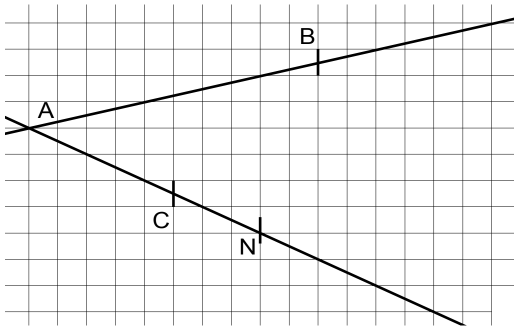
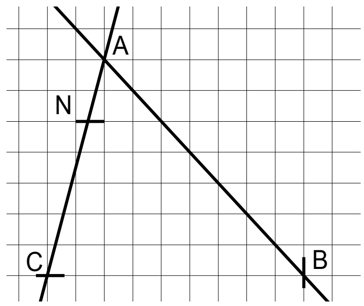


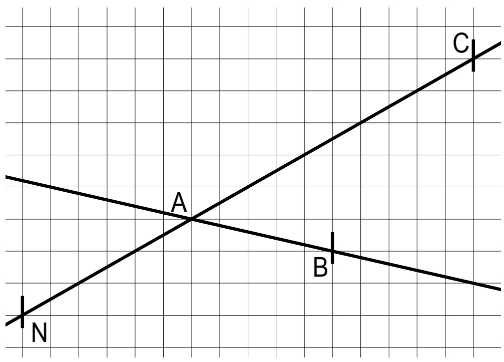
Figure 3



c. Sur chaque figure, tracer (BC) et (MN) puis compléter la conjecture suivante :

Si $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ alors les droites (BC) et (MN) sont ....

Figure 4



2. Même consigne avec la figure 4 ci-contre, puis :

a. Y a-t-il plusieurs possibilités pour le point M ?

b. Si oui, les indiquer sur la figure 4.

c. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles dans tous les cas ?

d. Qu'est-ce qui différencie les 2 positions du point M ?

La condition sur l'égalité des rapports n'est donc pas suffisante pour affirmer le parallélisme des droites.

Il faut la compléter en disant:

Si $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ et si les points ....alors les droites ....

On admettra que cette nouvelle propriété est vraie.

On lui a donné le nom de réciproque de la propriété de Thalès.