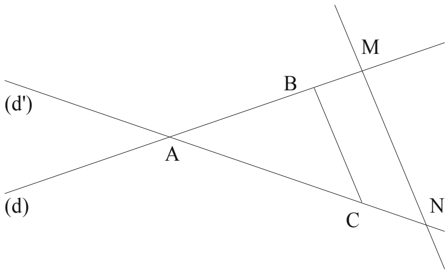
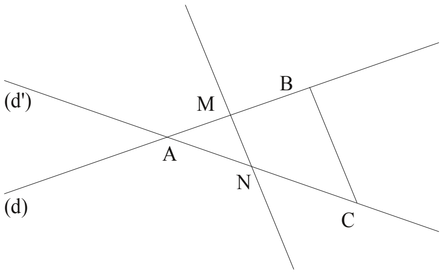
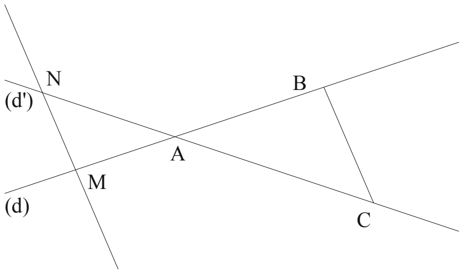
C3T2 – Propriété de Thalès et propriété réciproque

Préliminaire Thalès : Configurations à reconnaître







Attention : les droites (BC) et (MN) doivent êtres parallèles pour pouvoir appliquer le théorème de Thalès.

Les triangles semblables sont ABC et AMN ;

Les côtés associés sont [AB] et [AM] , [AC] et [AN] , [BC] et [MN] .

Au brouillon, longueurs des côtés associés :

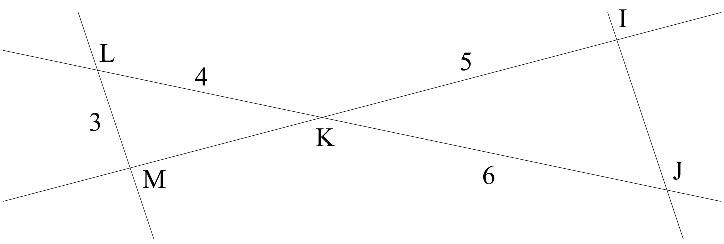
Triangle ABC	AB	AC	BC
Triangle AMN	AM	AN	MN

Objectif 2-1 Théorème de Thalès (Pour calculer des longueurs)

1. Théorème de Thalès

(d) et (d') sont deux droites sécantes en A.
B et M sont deux points de (d) distincts de A ; C et N sont deux points de (d') distincts de A.
Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors : $\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}=\frac{BC}{MN}$

2. Exemple d'utilisation



Énoncé

Les droites (IJ) et (ML) sont parallèles.

Calculer IJ et KM.

(Les longueurs sont données en cm)

Au brouillon

Longueurs des côtés associés :

Triangle KIJ	KI	KJ	IJ
Triangle KML	KM	KL	ML

C3T2 – Propriété de Thalès et propriété réciproque

Rédaction

Les points K , I et M sont alignés ainsi que les points K , J et L .

Les droites (IJ) et (ML) sont parallèles.

Donc, d'après la propriété de Thalès , on a :

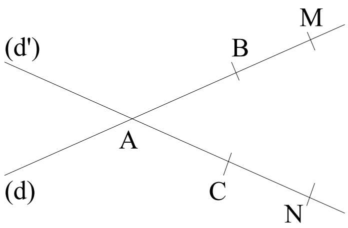
$\frac{KI}{KM}=\frac{KJ}{KL}=\frac{IJ}{ML}$ d'où $\frac{5}{KM}=\frac{6}{4}=\frac{IJ}{3}$.

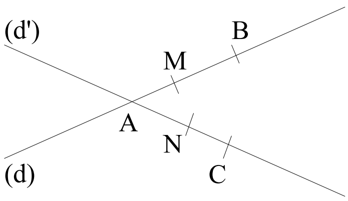
D'une part, on a : $\frac{6}{4}=\frac{IJ}{3}$ donc $IJ=\frac{6\times3}{4}=4{,}5$ [IJ] mesure 4,5 cm.

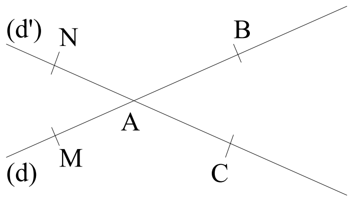
D'autre part, on a : $\frac{5}{KM}=\frac{6}{4}$ donc $KM=\frac{5\times4}{6}=\frac{10}{3}$ [KM] mesure $\frac{10}{3}$ cm.

Objectif 2-2 Réciproque du théorème de Thalès (Pour démontrer que 2 droites sont parallèles)

1. Dans les configurations suivantes, on s'intéresse aux droites (BC) et (MN)







Au brouillon, côtés associés :

Triangle ABC	*[AB]*	*[AC]*
Triangle AMN	*[AM]*	*[AN]*

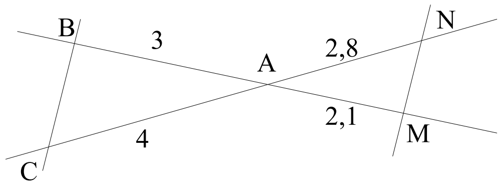
Attention : Les points A, B, M et les points A, C, N doivent être alignés dans le même ordre.

2. Réciproque du théorème de Thalès

(d) et (d') sont deux droites sécantes en A.
B et M sont deux points de (d), distincts de A ; C et N sont deux points de (d'), distincts de A.
Si $\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}$ et si les points A, B , M et A, C , N sont alignés dans le même ordre ,
alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

C3T2 – Propriété de Thalès et propriété réciproque

3. Exemple d'utilisation



Énoncé

Les points A, B, M et A, C, N sont alignés.

Les droites (BC) et (MN) sont-elles parallèles ?

Au brouillon, côtés associés :

Triangle ABC	AB	AC
Triangle AMN	AM	AN

Attention : on n'utilise que les côtés ayant un point en commun (ici : A). Voir l'exercice 18.

Rédaction

$\frac{AM}{AB}=\frac{2{,}1}{3}$ et $\frac{AN}{AC}=\frac{2{,}8}{4}$

Comme les produits en croix $2{,}1\times4$ et $3\times2{,}8$ sont égaux, $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$.

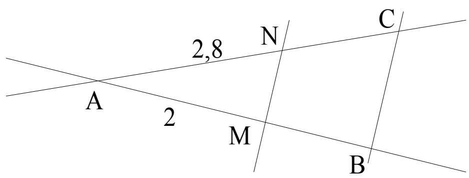
De plus les points A, B, M sont alignés dans le même ordre que A, C, N .

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès,

les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Objectif 2-3 Reconnaître et démontrer que deux droites ne sont pas parallèles

Énoncé



Les points A, B, M et A, C, N sont alignés.

On donne AB = 3,5 cm et AC = 5 cm.

Les droites (BC) et (MN) sont-elles parallèles ?

Au brouillon, côtés associés :

Triangle ABC	AB	AC
Triangle AMN	AM	AN

Attention : on n'utilise que les côtés ayant un point en commun (ici : A). Voir l'exercice 18.

Rédaction

$\frac{AM}{AB}=\frac{2}{3{,}5}$ et $\frac{AN}{AC}=\frac{2{,}8}{5}$

Comme les produits en croix 2×5 et $3{,}5\times2{,}8$ sont différents, $\frac{AM}{AB}\neq\frac{AN}{AC}$.

Donc les droites(BC) et (NM) ne sont pas parallèles.