

C3T3 – PGCD - Puissances – Exercices 1/6

Division euclidienne

1 On donne l'égalité $325 = 78 \times 4 + 13$.

a. Sans faire de division, détermine le quotient et le reste de la division euclidienne de 325 par 78 ?

b. 78 est-il le quotient de la division euclidienne de 325 par 4 ? Justifie.

2 À la recherche du reste

Dans la division euclidienne de 2 654 par 12, le quotient est 221. Sans effectuer la division, détermine le reste.

3 Le tour du monde

Dans le roman de Jules Verne, Philéas Fogg doit faire le tour du monde en 80 jours.

a. Combien cela représente-t-il de semaines ?

b. S'il part un jeudi, quel jour reviendra-t-il ?

4 Vocabulaire

Réponds aux questions suivantes en justifiant.

a. 4 est-il un diviseur de 28 ?

b. 32 est-il un multiple de 6 ?

c. 4 divise-t-il 18 ?

d. 35 est-il divisible par 5 ?

5 Critères de divisibilité

Parmi les nombres 12 ; 30 ; 27 ; 246 ; 325 ; 4 238 et 6 139, indique ceux qui sont divisibles :

a. par 2 **b.** par 3 **c.** par 5 **d.** par 9

PGCD

6 Liste des diviseurs communs et PGCD

Dans chaque cas, écris la liste des diviseurs communs aux deux nombres et entoure leur PGCD.

a. 24 et 36 **c.** 72 et 1 **e.** 42 et 168

b. 20 et 63 **d.** 434 et 98 **f.** 124 et 0

7 Méthode des soustractions successives

En utilisant la méthode des soustractions successives, détermine le PGCD des deux nombres.

a. 76 et 21 **c.** 182 et 78

b. 120 et 48 **d.** 117 et 153

8 Méthode des divisions successives

En utilisant la méthode des divisions successives, détermine le PGCD des deux nombres.

a. 182 et 42

c. 1 053 et 325

b. 534 et 235

d. 1 980 et 2 340

9 Chez le fleuriste

Un fleuriste dispose de 300 marguerites et de 240 tulipes. Il veut vendre toutes ses fleurs en réalisant des bouquets ayant tous la même composition. Calcule le nombre maximum de bouquets qu'il peut faire.



a. Explique pourquoi le nombre de bouquets doit être un diviseur commun à 300 et 240. Lequel de ces diviseurs communs choisir ? Combien de bouquets peut-il réaliser au maximum ?

b. Quelle est alors la composition de chaque bouquet ?

10 Extrait du Brevet

Un pâtissier dispose de 411 framboises et de 685 fraises. Afin de préparer des tartelettes, il désire répartir ces fruits en les utilisant tous et en obtenant le maximum de tartelettes identiques. Calculer le nombre de tartelettes et indiquer leur composition.



11 Carrelage

Dans une salle de bain, on veut recouvrir le mur se trouvant au-dessus de la baignoire avec un nombre entier de carreaux de faïence de forme carrée dont le côté est un nombre entier de centimètres le plus grand possible.

Détermine la longueur, en centimètres, du côté d'un carreau de faïence sachant que le mur mesure 210 cm de hauteur et 135 cm de largeur. Combien faudra-t-il alors de carreaux ?

Nombres premiers entre eux

12 Définition

a. Liste les diviseurs communs à 42 et 65.

b. Dédus-en que 42 et 65 sont premiers entre eux.

13 Définition (bis)

a. Calcule le PGCD de 195 et 364.

b. 195 et 364 sont-ils premiers entre eux ?

C3T3 – PGCD - Puissances – Exercices 2/6

14 Dans chaque cas, sans calculer le PGCD, indique pourquoi les deux entiers donnés ne sont pas premiers entre eux.

- a. 98 et 114 b. 125 et 75 c. 27 et 63

15 Ces nombres sont-ils premiers entre eux ?

- a. 212 et 324 c. 667 et 103
b. 837 et 1 085 d. 645 et 1 375

Simplifications de fractions

16 Avec le PGCD

- a. Calcule le PGCD de 462 et 65.
b. Que peux-tu en déduire pour les nombres 462 et 65 ? Pour la fraction $\frac{462}{65}$?

17 Avec le PGCD (bis)

Calcule le PGCD de 3 276 et 3 510 et simplifie la fraction $\frac{3\,276}{3\,510}$.

18 En décomposant

a. Écris 168 et 132 sous forme d'un produit de facteurs premiers.

b. Rends la fraction $\frac{168}{132}$ irréductible en utilisant ces décompositions.

19 Extrait du Brevet

a. Pour chaque nombre : 1 035 ; 774 ; 322, indiquer s'il est divisible par 2, par 5, par 9.

b. Les fractions $\frac{774}{1\,035}$ et $\frac{322}{774}$ sont-elles irréductibles ? Pourquoi ?

c. Calculer le PGCD de 322 et 1 035. La fraction $\frac{322}{1\,035}$ est-elle irréductible ?

20 Avec la calculatrice

Rends les fractions suivantes irréductibles.

- a. $\frac{18}{24}$ c. $\frac{120}{150}$ e. $\frac{45}{63}$ g. $\frac{357}{561}$
b. $\frac{540}{288}$ d. $\frac{630}{924}$ f. $\frac{1\,540}{693}$ h. $\frac{1\,080}{1\,260}$

21 Calculatrice et PGCD

a. Calcule le PGCD de 357 et 561.

b. Quand on demande à la calculatrice de simplifier $\frac{357}{561}$ elle affiche $\frac{7}{11}$. Par quel nombre ont été divisés le numérateur et le dénominateur ?

c. Peux-tu expliquer comment trouver le PGCD de deux nombres avec la calculatrice ?

d. Simplifie la fraction $\frac{357}{562}$. Que constates-tu ? Que peux-tu en conclure ?

22 Soit $C = \frac{4}{15} + \frac{1}{6} + \frac{5}{9}$.

a. En écrivant la liste des premiers multiples de chacun des dénominateurs, trouve le dénominateur commun aux trois fractions le plus petit possible.

b. Calcule C et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

c. Procède de la même façon pour calculer $D = \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{4}$.

Approfondissements (partie 1)

23 Arbres

Un terrain rectangulaire a pour dimensions 966 m et 1 008 m. Sur ses côtés, on veut planter des arbres régulièrement espacés d'un nombre entier de mètres. Il doit y avoir un arbre à chaque coin du terrain.



Quel est le nombre minimum d'arbres que l'on pourra planter ?

24 Sacrée collection !

Abdel dit à Doris :

« J'ai plus de 400 DVD mais moins de 450 !

En les groupant par 2 ou par 3 ou par 4 ou par 5, c'est toujours la même chose, il m'en reste un tout seul ! ».



Combien Abdel a-t-il de DVD ? Source Wikipédia

C3T3 – PGCD - Puissances – Exercices 3/6

25 Escalier

Le nombre de marches d'un escalier est compris entre 40 et 80.

- Si on compte ces marches deux par deux, il en reste une.
 - Si on les compte trois par trois, il en reste deux.
 - Si on les compte cinq par cinq, il en reste quatre.
- Quel est le nombre de marches de cet escalier ?

26 Nombres parfaits

- a.** Écris la liste de tous les diviseurs de 6.
- b.** Calcule la somme de tous ces diviseurs à l'exception de 6. Que remarques-tu ?
- c.** On appelle nombre parfait tout entier qui a cette particularité. Vérifie que 496 est un nombre parfait.
- d.** Trouve tous les nombres parfaits compris entre 20 et 30.

27 Multiple et diviseur

- a.** Retrouve les nombres entiers positifs non nuls n , m et p tels que :

$$349\,272 = 2^n \times 3^m \times 7^p \times 11$$

- b.** Retrouve les nombres entiers positifs non nuls r , s et t tels que :

$$36\,288 = 2^r \times 3^s \times 7^t$$

- c.** On considère :

$$N = 2^3 \times 3^3 \times 7$$

Sans calculer la valeur de N , montre que N est un diviseur commun à 349 272 et à 36 288.

- d.** On considère :

$$M = 2^6 \times 3^4 \times 7^2 \times 11$$

Sans calculer la valeur de M , montre que M est un multiple commun à 349 272 et à 36 288.

Puissances d'un nombre

28 Compléter après avoir effectué les calculs.

a	2a	a ²	2a ²	(2a) ²
2				
-3				

29 Inverse ou opposé ?

Recopie chaque phrase en la complétant par le mot qui convient.

- a.** 7^{-5} est l'... de 7^5 **d.** 5^3 est l'... de 5^{-3}
b. -6^2 est l'... de 6^2 **e.** 3^{-4} est l'... de -3^{-4}
c. 0,1 est l'... de 10 **f.** -5 est l'... de 5.

30 Quels sont les nombres négatifs ?

- a.** $(-6)^4$ **d.** $(-12)^{15}$ **g.** $-(-35)^7$
b. 6^8 **e.** $(-3)^7$ **h.** -87^4
c. -132^{51} **f.** $(-3,6)^{100}$ **i.** $-(-13^8)$

31 Puissances de 1 ou de -1

Calcule :

- a.** $1^{12} =$ **e.** $-1^7 =$
b. $1^0 =$ **f.** $-1^6 =$
c. $(-1)^8 =$ **g.** $(-1)^9 =$
d. $(-1)^0 =$ **h.** $-1^0 =$

32 Exposant 0 ou 1

Calcule :

- a.** $4^0 =$ **e.** $0,5^1 =$
b. $0,5^1 =$ **f.** $-5^1 =$
c. $(-6)^0 =$ **g.** $(-1,8)^1 =$
d. $1,2^1 =$ **h.** $-7^0 =$

33 Décompose comme dans l'exemple puis donne l'écriture décimale en calculant à la main :

- a.** $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ **e.** $(-3)^4 =$
b. $7^2 =$ **f.** $-3^4 =$
c. $0,1^5 =$ **g.** $(-6)^3 =$
d. $1,2^2 =$ **h.** $-1,1^3 =$

34 Utilisation de la calculatrice

Donne l'écriture décimale :



- a.** $2^{14} =$ **e.** $3^{10} =$
b. $17^7 =$ **f.** $(-11)^8 =$
c. $8^{11} =$ **g.** $(-0,4)^5 =$
d. $1,2^6 =$ **h.** $-6,6^4 =$

35 Décompositions

- a.** Écris les nombres suivants sous la forme : $2^m \times 5^n$

$$A = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$B = 25 \times 10 \times 5 \times 8$$

$$C = 625 \times 512$$

C3T3 – PGCD - Puissances – Exercices 4/6

b. Écris les nombres suivants sous la forme : $2^m \times 3^n \times 7^p$

$$D = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 7 \quad F = 12 \times 21 \times 49$$

$$E = 32 \times 21 \times 12 \quad G = 42$$

36 Recopie et complète :

$$\text{a. } 12^{-5} = \frac{1}{12^5} \quad \text{d. } \frac{1}{9^{\dots}} = 9^{-23} \quad \text{g. } 1,5^2 = \frac{1}{1,5^{\dots}}$$

$$\text{b. } 7^{\dots} = \frac{1}{7^5} \quad \text{e. } \frac{1}{8^{\dots}} = 8 \quad \text{h. } (-7)^3 = \frac{1}{(-7)^{\dots}}$$

$$\text{c. } 8^{-6} = \frac{1}{8^{\dots}} \quad \text{f. } \frac{1}{21^{\dots}} = 21^{15} \quad \text{i. } (-3)^{-8} = \frac{1}{(-3)^{\dots}}$$

37 Décompose puis donne l'écriture **fractionnaire** :

$$\text{a. } 2^{-5} = \dots = \frac{1}{32} \quad \text{e. } (-3)^{-4} =$$

$$\text{b. } 5^{-1} = \quad \text{f. } -3^{-4} =$$

$$\text{c. } 4^{-3} = \quad \text{g. } -1,1^{-3} =$$

$$\text{d. } 0,1^{-2} = \quad \text{h. } (-20)^{-2} =$$

38 Quels sont les nombres négatifs ? (bis)

Utilisation de la calculatrice autorisée



$$\text{a. } 2^{-2} \quad \text{c. } (-2)^{-2} \quad \text{e. } (-2)^{-4} \quad \text{g. } -2^{-2}$$

$$\text{b. } 2^{-3} \quad \text{d. } (-2)^{-3} \quad \text{f. } (-2)^{-5} \quad \text{h. } -2^{-3}$$

39 Écris sous la forme :

$$\text{a. } 2^m \times 5^n \quad (\text{attention } m \text{ et } n \text{ peuvent être négatifs})$$

$$A = \frac{2 \times 2 \times 2}{5 \times 5 \times 5 \times 5} \quad B = \frac{25}{16}$$

$$\text{b. } 2^m \times 3^n \times 7^p \quad (\text{attention } m, n \text{ et } p \text{ peuvent être négatifs})$$

$$C = \frac{2 \times 3 \times 7}{3 \times 3 \times 7 \times 7} \quad D = \frac{1}{49 \times 32 \times 27}$$

Avec des puissances

40 Calcule, sans calculatrice, les expressions suivantes :

$$A = 3 \times 2^4 + 5 \times 4^3$$

$$B = 1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + 10^5$$

$$C = 1 - 3^2 \times (-5)^2$$

$$D = 2^3 \times (-9) + 3^3 - (5^2 + 2^{-1})$$

41 Calcule les expressions suivantes :

$$\text{a. } 25^3 - (5 + 11)^{-5} \quad \text{c. } \frac{(2 + 5)^5}{5 - (-2)}$$

$$\text{b. } \frac{17}{2 + 2^{-3}} \quad \text{d. } \left(\frac{-3}{8}\right)^3$$



42 Écris sous la forme d'une puissance :

$$\text{a. } 3^4 \times 3^2$$

$$\text{f. } (7^2)^3$$

$$\text{b. } 4^3 \times 4^{-5}$$

$$\text{g. } (4^{-2})^3$$

$$\text{c. } (-5)^{-4} \times (-5)^{-3}$$

$$\text{h. } ((-1)^2)^{-3}$$

$$\text{d. } \frac{2^4}{2^5}$$

$$\text{i. } 7^5 \times 2^5$$

$$\text{e. } \frac{3^2}{3^{-3}}$$

$$\text{j. } 3^{-4} \times 5^{-4}$$

$$\text{k. } 8^3 \times 4^3$$

43 Calcule astucieusement :

$$A = 2^4 \times 0,026 \times 5^4$$

$$C = 2^{-3} \times 5^{-3} \times 2 \, 500$$

$$B = 5^{-2} \times 2^{-2} \times 84$$

$$D = 2^6 \times 36 \times 5^5$$

44 Avec des fractions

Écris chaque nombre sous la forme d'une fraction irréductible :

$$A = \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$C = \left(\frac{-3}{10}\right)^5$$

$$E = \left(\frac{5}{2}\right)^{-3}$$

$$B = \left(\frac{-1}{4}\right)^3$$

$$D = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

$$F = \left(\frac{-1}{2}\right)^{-4}$$

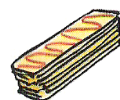
45 Vu au brevet

Calcule en détaillant les étapes et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre décimal.

$$A = \frac{9 \times 10^5 \times 7,2 \times 10^{-2}}{0,36 \times 33 \times 10^2} \quad B = \frac{2 \times 10^{-5} \times 1,2 \times 10^3}{3 \times 10^{-7}}$$

46 Mille-feuilles

Trouve la puissance de 2 la plus proche de 10^3 .



a. Combien de fois un pâtissier doit-il plier sa pâte pour obtenir un mille-feuilles (c'est un délicieux gâteau) ?

47 En vrac ?

a. Si on place un milliard d'allumettes (environ 50 mm) bout à bout, on peut faire le tour du monde. Vrai ou faux ?

b. Quelle serait l'épaisseur d'un livre qui aurait un milliard de pages (une feuille fait un dixième de millimètre) 500m, 1 km ou 50 km ?

c. Il y a un peu plus d'un milliard de minutes que JC est né. Vrai ou faux ?

d. Si on rembourse une dette d'un milliard d'euros à raison d'un euro par seconde, combien faudra-t-il de temps ? 6 mois, environ 30 ans, 1 siècle ?

C3T3 – PGCD - Puissances – Pour finir le thème 5/6

 Se tester avec le QCM!

PGCD		R1	R2	R3	R4
1	435 est...	un multiple de 5	un diviseur de 5	divisible par 5	de la forme $5k$ où k est un entier
2	17 est...	un diviseur de 3 672	un multiple de 17	le seul diviseur de 17	un multiple de 8,5
3	Retrouve la (les) affirmation(s) vraie(s) :	Tout nombre entier est un multiple de 0	Il existe toujours au moins un diviseur commun à deux entiers	La liste des diviseurs d'un entier est infinie	Un nombre entier est toujours divisible par lui-même
4	$N = 12k$ où k est un entier donc...	n est un diviseur de 12	n est un multiple de 4	le reste de la division euclidienne de n par 12 est 0	2, 3, 4, 6 et 12 sont des diviseurs de n
5	196 280 0 56 3,5 donc...	196 est divisible par 56	$196 = 56 \times 3,5$	3 est le quotient et 28 est le reste de la division euclidienne de 196 par 56	35 est le quotient et 0 le reste de la division euclidienne de 1 960 par 56
6	$418 = 8 \times 51 + 10$ donc...	8 est le quotient de la division euclidienne de 418 par 51	51 est le quotient de la division euclidienne de 418 par 8	51 est le diviseur dans la division euclidienne de 418 par 51	51 est un diviseur de 418
7	15 est...	un diviseur commun à 30 et 45	le PGCD de 30 et 45	le plus grand multiple commun à 3 et 5	le plus grand des diviseurs communs à 60 et 135
8	Le PGCD de 252 et 196 est...	1	28	2	0
9	Retrouve la (les) affirmation(s) vraie(s) : (n et m sont des entiers non nuls.)	n divise m donc PGCD (n ; m) = n	$m = 3n$ donc PGCD (3 ; m) = 3	PGCD (1 ; n) = 1	$n = m + 1$ donc PGCD (n ; m) = 1
10	18 et 35...	n'ont pas de diviseur commun	sont premiers entre eux	sont premiers	ont un seul diviseur commun : 1
11	Retrouve le couple d'entiers premiers entre eux :	357 et 468	13 450 et 9 985	224 et 447	435 et 812
12	Retrouve la (les) fraction(s) irréductible(s) :	$\frac{2\,590}{3\,885}$	$\frac{74}{111}$	$\frac{1\,601}{1\,621}$	$\frac{2\,429}{1\,735}$

C3T3 – PGCD - Puissances – Pour finir le thème 6/6

Puissances		R1	R2	R3	R4
1	$5^3 = \dots$	15	8	125	$\frac{1}{125}$
2	$-2^4 = \dots$	$-2 \times 2 \times 2 \times 2$	$(-2)^4$	-8	-16
3	$(-1)^{123} = \dots$	-123	-1	1	0
4	$10^{-3} = \dots$	un millième	0,010	0,001	$\frac{1}{10^3}$
5	$2^{-3} = \dots$	0,125	-6	$(-3) \times (-3)$	3^{-2}
6	$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \dots$	$-\frac{2}{4}$	$\frac{1^2}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$
7	$4 + 2 \times 5^3 = \dots$	143	1 004	254	6×15



Récréation mathématique

Curiosité...

Montre que la différence $10^3 - 6^3$ est un carré (c'est-à-dire qu'elle peut s'écrire n^2 , n étant un entier) et que la différence $10^2 - 6^2$ est un cube (c'est-à-dire qu'elle peut s'écrire m^3 , m étant un entier).

En fait, 6 et 10 sont les deux plus petits nombres qui sont tels que la différence de leurs cubes est un carré et la différence de leurs carrés, un cube !

Le fameux juron du capitaine Haddock

- Exprimer sous forme de puissances de 10 le fameux juron :
"Mille millions de mille milliards de mille sabords".
- En déduire d'autres formulations possibles.

