

Exemple : Calcule le PGCD de 198 et de 54 par la méthode des soustractions successives.

Pour calculer le PGCD de deux nombres par la méthode des soustractions successives, on applique la propriété :  
 $a$  et  $b$  sont des entiers naturels et  $a \geq b$ ,  $\text{PGCD}(a ; b) = \text{PGCD}(b ; a - b)$ .

On compare donc les deux nombres, on calcule leur différence. On peut remplacer les deux nombres par le plus petit des deux et par leur différence.

$$198 > 54 \text{ et } 198 - 54 = 144 \text{ donc } \text{PGCD}(198 ; 54) = \text{PGCD}(144 ; 54).$$

On cherche maintenant  $\text{PGCD}(144 ; 54)$  : on applique à nouveau la propriété :  $a$  et  $b$  sont des entiers naturels et  $a \geq b$ ,  $\text{PGCD}(a ; b) = \text{PGCD}(b ; a - b)$ .

$$144 > 54 \text{ et } 144 - 54 = 90 \\ \text{donc } \text{PGCD}(144 ; 54) = \text{PGCD}(90 ; 54).$$

On poursuit la même méthode avec 90 et 54.

$$90 > 54 \text{ et } 90 - 54 = 36 \\ \text{donc } \text{PGCD}(90 ; 54) = \text{PGCD}(54 ; 36).$$

On poursuit la même méthode avec 54 et 36.

$$54 > 36 \text{ et } 54 - 36 = 18 \\ \text{donc } \text{PGCD}(54 ; 36) = \text{PGCD}(36 ; 18).$$

Or 18 est un diviseur de 36 ( $36 = 18 \times 2$ )  
donc  $\text{PGCD}(36 ; 18) = 18$ .

Ainsi  $\text{PGCD}(198 ; 54) = 18$ .

On compare donc les deux nombres, on calcule leur différence.

On peut remplacer les deux nombres par le plus petit des deux et par leur différence.

On peut alors utiliser la remarque de la leçon :

$a$  et  $b$  étant des entiers naturels, si  $b$  divise  $a$   
alors  $\text{PGCD}(a ; b) = b$ .

## Présentation

### Algorithme des soustractions successives

Premier nombre      198  
Deuxième nombre    54  
PGCD                    18

a	b	différence
198	54	144
144	54	90
90	54	36
54	36	18
36	18	18
18	18	0