C3T4 - Notion de fonction

Objectif 4-1 Connaître et utiliser le vocabulaire et les notations

1 Définitions

Attention : En mathématiques le mot fonction n'a pas le même sens qu'en français, comme par exemple dans les expressions «Il occupe la fonction de directeur» – «la fonction rénale...»)

« y est fonction de x »

Signifie « La valeur de y dépend de la valeur de x ».

Une fonction

Une fonction de la variable x est un processus qui à chaque valeur de x, prise dans un ensemble de nombres, associe un unique nombre y.

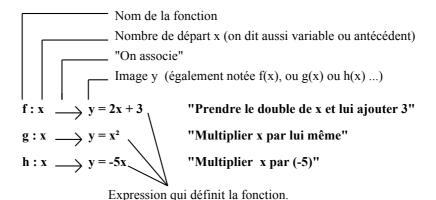
Définir une fonction

C'est se donner une relation associant à chaque nombre x un et un seul nombre y. Cette relation peut être donnée :

- par une formule permettant de calculer la valeur de y à partir de la valeur de x.
- par un tableau de valeurs.
- par un graphique.

2. Vocabulaire et exemples

· Fonction définie par une formule



Exemple pour la fonction $f: x \mapsto y = 2x + 3$:

Si le nombre de départ est 5, la fonction f lui fait correspondre son double augmenté de 3, soit 13. On dit que **l'image de 5 par f est 13** et on écrit f(5) = 13 (lire : f de 5 égale 13). Inversement, on dira que, par la fonction f, le nombre 13 a comme antécédent 5.

Exemple pour la fonction $g: x \mapsto y = x^2$:

 $g(3)=3^2=9$ et $g(-3)=(-3)^2=9$. L'image de 3 par g est 9 et l'image de -3 par g est 9. Inversement, on dira que, par la fonction g, le nombre 9 a deux antécédents : 3 et -3.



Un antécédent n'a toujours qu'une seule image, mais une image peut provenir de plusieurs antécédents.

Synthèse 1/3 c3t4_synthese.odt

C3T4 - Notion de fonction

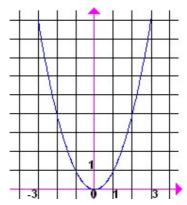
• Fonction définie par un tableau

Prix payé en fonction des kilomètres parcourus:

| Kilomètres: k (antécédents) | 10 | 20 | 30 | 40 |
|--------------------------------|----|----|----|----|
| Prix en €: P(k) (images) | 23 | 43 | 63 | 83 |

Dans ce tableau chaque colonne est constituée de deux nombres qui se correspondent, les éléments de la ligne 1 sont choisis arbitrairement, ceux de la ligne 2 sont associés à ceux de la ligne 1.

· Fonction définie par un graphique



Ce graphique définit une fonction f qui à chaque nombre x compris entre -3 et +3 (lu sur l'axe des abscisses) associe un nombre f(x) (lu sur l'axe des ordonnées).



Attention aux lectures graphiques souvent entachées d'erreurs.

Objectif 4-2 Déterminer l'image d'un nombre par une fonction définie par une formule

Énoncé

Soit la fonction $f: x \longmapsto 3x^2 - 7x + 12$. Quelle est l'image de -5?

Solution

$$f(-5) = 3 \times (-5)^2 - 7 \times (-5) + 12$$
 On remplace x par -5 dans l'expression $3x^2 - 7x + 12$. (attention à rajouter les parenthèses nécessaires).

$$f(-5) = 75 + 35 + 12$$
 On effectue le calcul. (attention au respect des priorités).

$$f(-5) = 122$$

Donc l'image de -5 par la fonction f est 122. On écrit aussi f(-5) = 122.

Synthèse 2/3 c3t4_synthese.odt

C3T4 - Notion de fonction

Objectif 4-3 Déterminer l'image ou un antécédent d'un nombre par une fonction définie par un tableau de données

Énoncé : On donne un tableau de valeurs de la fonction h.

| Antécédent x | -5,25 | -3 | -1,75 | 0 | 2 | 5,5 | 8 |
|--------------|-------|------|-------|---|------|-----|----|
| Image $h(x)$ | -358 | -125 | 3 | 7 | 12,5 | 3 | 20 |

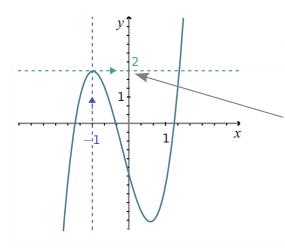
Quelle est l'image de 8 par la fonction h ? Trouve un antécédent de -125.

Solution:

Par lecture directe: L'image de 8 est 20. On écrit h(8)=20. (ou $h: 8 \mapsto 20$) Un antécédent de -125 est -3. On écrit h(-3)=-125 (ou $h: -3 \mapsto -125$).

Objectif 4-4 Déterminer l'image ou un antécédent d'un nombre par une fonction déterminée par une courbe

Énoncé n° 1 : On donne la courbe d'une fonction f. Détermine l'image de -1.



Solution:

1 est l'antécédent, on repère sa position sur l'axe des abscisses.

On trace en pointillés la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point de coordonnées (- 1; 0).

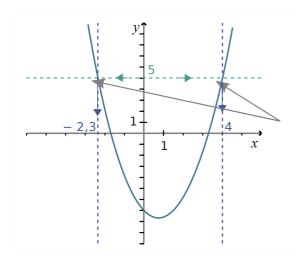
On trace en pointillés la droite parallèle à l'axe des abscisses et qui passe par le point d'intersection de la courbe et de la droite précédente.

Elle coupe l'axe des ordonnées approximativement au point de coordonnées (0 ; 2).

On en déduit que l'image de -1 par la fonction f est environ 2 donc $f(-1) \approx 2$.

Énoncé n° 2 : On donne la courbe d'une fonction g. Détermine le (ou les) antécédent(s) de 5.

Solution:



5 est une image, on repère sa position sur l'axe des ordonnées.

On trace en pointillés la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point de coordonnées (0 ; 5).

On trace en pointillés la (ou les) droite(s) parallèle(s) à l'axe des ordonnées passant par le(s) point(s) d'intersection de la courbe et de la droite précédente.

Ces parallèles (deux, ici) coupent l'axe des abscisses approximativement aux points de coordonnées (4 ; 0) et (- 2,3 ; 0).

Donc 5 a deux antécédents par la fonction g qui sont, environ, 4 et -2,3.

On écrit $g(4) \approx 5$ et $g(-2,3) \approx 5$.



Laisser sur le graphique les lignes en pointillés utilisées pour les lectures.

Synthèse 3/3 c3t4_synthese.odt