

# C3T7 – Fonctions linéaires

## Objectif 7-1 Reconnaître une fonction linéaire

### A connaître

On appelle **fonction linéaire** de coefficient  $a$  toute fonction qui, à tout nombre noté  $x$ , associe le nombre  $a \times x$  (c'est-à-dire  $x \mapsto a \times x$ ) où  $a$  est un nombre.

### Exemple

$f(x) = 2 \times x$  est une fonction **linéaire** de coefficient 2 ( $a = 2$ ).

$g(x) = \frac{x}{4}$  est une fonction **linéaire** de coefficient  $\frac{1}{4}$  ( car  $\frac{x}{4} = x \times \frac{1}{4}$  ).

### A connaître

Tout tableau de valeurs d'une **fonction linéaire** est un **tableau de proportionnalité**.

Pour démontrer qu'un tableau de valeurs est associé à une fonction linéaire, il suffit de montrer que c'est un tableau de proportionnalité.

## Objectif 7-2 Déterminer, par le calcul, l'image ou l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire

**Exemple :** Soit la fonction  $f$  telle que  $f(x) = 2x$  ; Calcule l'image de 3 et l'antécédent de 15 par la fonction  $f$ .

$f(3) = 2 \times 3$       On remplace  $x$  par 3.  
 $f(3) = 6$             On calcule.

L'image de 3 par la fonction  $f$  est 6.

On cherche le nombre  $n$  qui a pour image 15 par la fonction  $f$ . L'image de  $n$  est  $f(n) = 2n$  donc on résout l'équation :

$$\begin{aligned} f(n) &= 15 \\ 2n &= 15 \\ n &= 7,5 \end{aligned}$$

L'antécédent de 15 par  $f$  est donc 7,5.

## C3T7 – Fonctions linéaires

### Objectif 7-3 Représenter graphiquement une fonction linéaire

#### A connaître

Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction linéaire  $f$  de coefficient  $a$  est l'ensemble des points de coordonnées  $(x ; a x)$ .

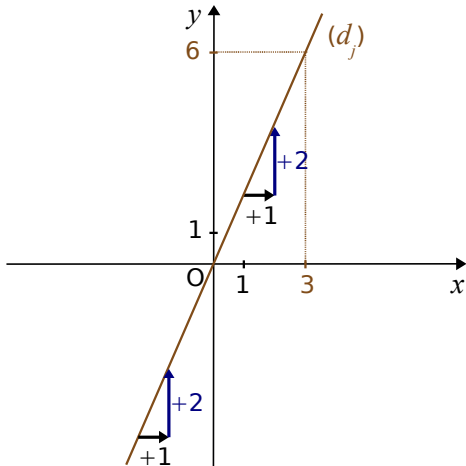
Cet ensemble de points constitue une **droite passant par l'origine** du repère.

Remarque : Pour tracer une droite, on a besoin de deux de ses points. Comme la droite représentative d'une fonction linéaire passe par l'origine du repère, il suffit d'en déterminer un autre.

#### A connaître

Le coefficient  $a$  est le **coefficient directeur** de la droite, aussi appelé **pente**. Il indique la direction de la droite représentative en donnant l'accroissement de l'ordonnée lorsque l'abscisse augmente de 1.

**Exemple :** Représente graphiquement la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 2x$

| Sur la copie                                                                                                                                                                                                                                            | Commentaires                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                   |   |                                                                                                   |                  |   |                    |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|---|--------------------|-----------|
| <p><math>f</math> est une fonction linéaire de coefficient <math>a = 2</math>, donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère,</p> <p>et le point de coordonnées <math>(3 ; 6)</math> car <math>f(3) = 6</math>.</p> | <p>Pour tracer cette droite, il suffit de connaître un de ses points : on calcule l'image d'un nombre.</p> <table><tr><td>Valeur de <math>x</math></td><td>3</td><td rowspan="3">On choisit 3.<br/><br/>On calcule<br/><math>f(3) = 2 \times 3 = 6</math><br/>Coordonnées du point : <math>(x ; f(x))</math></td></tr><tr><td>Valeur de <math>f(x)</math></td><td>6</td></tr><tr><td>Point de la droite</td><td><math>(3 ; 6)</math></td></tr></table> | Valeur de $x$                                                                                     | 3 | On choisit 3.<br><br>On calcule<br>$f(3) = 2 \times 3 = 6$<br>Coordonnées du point : $(x ; f(x))$ | Valeur de $f(x)$ | 6 | Point de la droite | $(3 ; 6)$ |
| Valeur de $x$                                                                                                                                                                                                                                           | 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | On choisit 3.<br><br>On calcule<br>$f(3) = 2 \times 3 = 6$<br>Coordonnées du point : $(x ; f(x))$ |   |                                                                                                   |                  |   |                    |           |
| Valeur de $f(x)$                                                                                                                                                                                                                                        | 6                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                   |   |                                                                                                   |                  |   |                    |           |
| Point de la droite                                                                                                                                                                                                                                      | $(3 ; 6)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                   |   |                                                                                                   |                  |   |                    |           |
|                                                                                                                                                                      | <p>On trace un repère en notant l'origine, le sens et les unités sur les deux axes.</p> <p>On place dans le repère le point de coordonnées <math>(3 ; 6)</math>.</p> <p>On trace la droite <math>(d_f)</math> passant par ce point et l'origine du repère.</p> <p>Remarque : Cette droite a une pente de 2, lorsque l'abscisse augmente de 1, l'ordonnée augmente de 2.</p>                                                                            |                                                                                                   |   |                                                                                                   |                  |   |                    |           |

## C3T7 – Fonctions linéaires

### Objectif 7-4 Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire

**Exemple :** Détermine la fonction linéaire  $f$  telle que  $f(5) = 4$ .

$f$  étant une fonction linéaire, on a  $f(x) = a x$  où  $a$  est le **coefficient** de cette fonction à déterminer.  
 $f(5) = 4$  et  $f(5) = a \times 5$  donc  $a \times 5 = 4$ . On en déduit  $a = \frac{4}{5}$ .  
La fonction  $f$  est définie par  $f(x) = \frac{4}{5} x$ .

### Objectif 7-5 Travailler avec des pourcentages d'augmentation ou de réduction

#### A connaître

Augmenter une quantité de  $t\%$  revient à la multiplier par  $(1 + \frac{t}{100})$ .  
Diminuer une quantité de  $t\%$  revient à la multiplier par  $(1 - \frac{t}{100})$ .

#### Exemples :

Augmenter une quantité de 12% revient à la multiplier par 1,12.

Augmenter une quantité de 3% revient à la multiplier par 1,03.

Augmenter une quantité de 7,5% revient à la multiplier par 1,075.

Diminuer une quantité de 30% revient à la multiplier par 0,70.

Diminuer une quantité de 4% revient à la multiplier par 0,96.

#### Méthode

Dans les problèmes traitant d'augmentation ou de réduction exprimés en pourcentage, on cherchera à écrire la relation :

$$\text{Quantité finale} = \text{Quantité initiale} \times \text{coefficient}$$

#### Exemple

*Énoncé : « Après une réduction de 35% un article coûte 29,25 €, quel était son ancien prix. »*

On note  $A_p$  l'ancien prix et  $N_p$  le nouveau prix.

Diminuer une quantité de 35% revient à multiplier par le coefficient 0,65.

On a donc :  **$N_p = A_p \times 0,65$**  soit  $29,25 = A_p \times 0,65$ , ou encore  $A_p = 29,25 : 0,65$  ;  $A_p = 45$ .

L'ancien prix était de 45 €.