C4T10 – PROPORTIONNALITÉ

Objectif 10-1 Caractériser graphiquement la proportionnalité

À connaître

Si on représente, dans un repère, une situation de proportionnalité **alors** on obtient des points alignés avec l'origine du repère.

Exemple

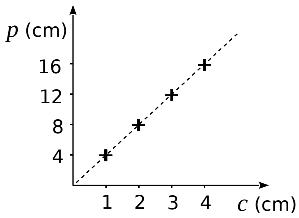
Le périmètre p d'un carré est proportionnel à son côté c puisqu'on a $p = 4c$. Représente graphiquement le périmètre en fonction du côté.

1. On **choisit** des valeurs pour le côté c.

2. On **calcule** les valeurs du périmètre p correspondantes.

côté c (en cm)	1	2	3	4
périmètre p (en cm)	4	8	12	16

×4



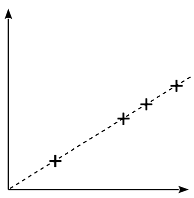
3. On **place** les points dans un repère comme ci-contre.

À connaître

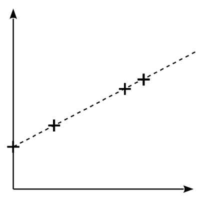
Si une situation est représentée par des points alignés avec l'origine du repère **alors** c'est une situation de proportionnalité.

Exemple

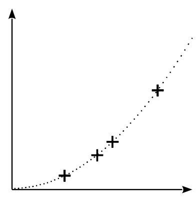
Ces graphiques représentent-ils des situations de proportionnalité ? Justifie.



Oui, car les points sont alignés avec l'origine du repère.



Non, car les points sont alignés, mais pas avec l'origine du repère.



Non, car les points ne sont pas alignés.

Objectif 10-2 Déterminer une quatrième proportionnelle

Voir le thème 4 Fractions 1 (objectifs 4-2 et 4-3)

Exemple

Dans un tableau associé à une situation de proportionnalité, pour deux colonnes quelconques les produits en croix sont égaux.

On doit avoir $2\times\square=3\times6$ d'où :

Masse en kg	2	6
Prix en €	3	$\square=\frac{3\times6}{2}$

Objectif 10-3 Utiliser l'égalité $v=\frac{d}{t}$ pour calculer une vitesse moyenne, une durée ou une distance

1. Mouvement uniforme. Vitesse moyenne.

On dit que le mouvement d'un objet est uniforme, lorsque les distances parcourues et les durées correspondantes sont proportionnelles. C'est le cas lorsque la vitesse de cet objet est constante.

Exemple

x $v=\frac{d}{t}=68\,km.h^{-1}$

Durée du trajet	5 h	1 h
Distance parcourue	340 km	68 km

La vitesse de l'objet (exprimée en kilomètres par heure) est le coefficient de proportionnalité de ce tableau.

La vitesse d'une voiture, en général, n'est pas constante.
Cependant, si cette voiture parcourt 340 kilomètres en 5 heures, on peut dire qu'en «moyenne» elle parcourt 340 : 5 = 68 kilomètres par heure, et on écrira : « sa vitesse moyenne est de 68 km.h^{-1} ».

2. Problèmes de vitesse moyenne.

Exemple :Compléter le tableau ci-dessous:

	En voiture..	En vélo...	En avion...	A pied...
Distance en km	105	5	$\square=900\times0{,}75=675\,km$	10
Heure de départ	7h 13min	8h 55min	5h 17min	11h 57min
Heure d'arrivée	8h 43min	9h 10min	6h 2min	14 h 10 min 20 s
Durée en heures: nombre décimal ou fraction	1h 30 min donc 1,5 h	15 min donc 0,25 h	45 min donc 0,75 h	$\square=\frac{10}{4{,}5}=2h13min20s$
Vitesse moyenne en km.h^{-1}	$\square=\frac{105}{1{,}5}=70\,km.h^{-1}$	$\square=\frac{5}{0{,}25}=20\,km.h^{-1}$	900	4,5

3. Convertir les unités de vitesse.

Exercice : Exprimer en $m.s^{-1}$ la vitesse de 36 $km.h^{-1}$, puis en $km.h^{-1}$ la vitesse de 7,5 $m.s^{-1}$.

$$36\,km.h^{-1}=\frac{36\,km}{1\,h}=\frac{36\,000\,m}{3\,600\,s}=\frac{10\,m}{1\,s}=10\,m.s^{-1}$$

Un coureur qui met 10 s pour faire un 100 m court à une vitesse moyenne de 36 $km.h^{-1}$

$$7{,}5\,m.s^{-1}=\frac{7{,}5\,m}{1\,s}=\frac{7{,}5\,m\times 3\,600}{1\,s\times 3\,600}=\frac{27\,000\,m}{1\,h}=27\,km.h^{-1}$$

Un coureur qui met 8 s pour faire un 60 m court à une vitesse moyenne de 27 $km.h^{-1}$

Objectif 10-4 Calculer et utiliser un taux de pourcentage

Un exemple

On se propose de comparer la proportion de filles dans les classes de 5ᵉA et de 5ᵉB.

On compte, en 5ᵉA, 20 élèves dont 12 filles, et, en 5ᵉB, 25 élèves dont 14 filles.

En 5ᵉA les filles sont dans la proportion de 12 sur 20 soit $\frac{12}{20}$.

En 5ᵉB les filles sont dans la proportion de 14 sur 25 soit $\frac{14}{25}$.

Dans un classe de 100 élèves :

- en respectant la même proportion de filles qu'en 5ᵉA on en compterait 60 car $\frac{12}{20}=\frac{60}{100}$ soit 60%.
- en respectant la même proportion de filles qu'en 5eB on en compterait 56 car $\frac{14}{25}=\frac{56}{100}$ soit 56%.

Définition

Un pourcentage est un rapport dont le second terme est 100. Il sert à faciliter les comparaisons.

Pourcentages particuliers

100% : $\frac{100}{100}=1$: la totalité

0% : $\frac{0}{100}=0$: rien

75% : $\frac{75}{100}=0{,}75=\frac{3}{4}$: les trois quarts

50% : $\frac{50}{100}=0{,}50=\frac{1}{2}$: la moitié.

25% : $\frac{25}{100}=0{,}25=\frac{1}{4}$: le quart.

10% : $\frac{10}{100}=0{,}10=\frac{1}{10}$: le dixième

Attention 33% est très voisin de un tiers mais n'est pas égal $\frac{33}{100}\approx\frac{1}{3}$

C4T10 – PROPORTIONNALITÉ

Prendre un pourcentage d'une grandeur. (Appliquer un pourcentage).

On accorde une réduction de 15% sur le prix d'un pantalon qui coûte 40 €. Calculer cette réduction.

15%, c'est $\frac{15}{100}$; prendre 15% de 40 € revient à calculer : $40\times\frac{15}{100}$.

Deux calculs possibles : $0{,}4\times15=6$ *ou alors* $40\times0{,}15=6$.

La réduction est de 6 €.

Objectif 10-5 Déterminer le pourcentage relatif à un caractère d'un groupe constitué de deux groupes dont les effectifs et les pourcentages à ce caractère sont connus.

Exemple :

Pour faire un gâteau, je fais fondre deux tablettes de 100 g de chocolat dont la teneur en cacao est de 70 % avec une tablette de 100 g dont la teneur en cacao est de 85 %.

Calcule la masse de cacao contenue dans le mélange ainsi constitué, puis déduis-en le pourcentage de cacao dans ce mélange ?

Les 70 % de 100 g représentent 70 g
donc 140 g de cacao
pour 200 g de chocolat.

les 85 % de 100 g représentent 85 g
donc 85g de cacao
pour 100 g de chocolat.

Soit un total de 225 g de cacao pour 300 g de chocolat,
c'est à dire $\frac{225}{300}=0{,}75$ donc 75 % de cacao dans le mélange.

Objectif 10-6 Utiliser l'échelle (carte ou dessin) pour calculer une distance

Définition

Lorsque les dimensions sur une reproduction sont proportionnelles aux dimensions réelles, l'échelle sert à indiquer le rapport entre les dimensions sur la reproduction et les dimensions réelles.

Généralement, l'échelle est donnée par une fraction :

$$\boxed{\text{échelle}=\frac{\text{longueur sur la reproduction}}{\text{longueur réelle}}}$$

Attention : Les longueurs sont exprimées dans la même unité.

C4T10 – PROPORTIONNALITÉ

Exemples

- Une échelle de $\frac{3}{1}$, (ou plus simplement une échelle de 3), signifie que 3 cm sur le dessin représentent 1 cm dans la réalité.

  Lorsque l'échelle est **plus grande que 1**, la reproduction est un **agrandissement.**

- Une échelle de $\frac{1}{20\,000}$ signifie que 1 cm sur le dessin représente 20 000 cm dans la réalité, (200 m).

  Lorsque l'échelle est **plus petite que 1**, la reproduction est une **réduction**.

- Les échelles les plus utilisées pour des cartes routières sont :

carte de la France	1 cm pour 10 km	1/1 000 000
carte régionale	1 cm pour 2.5 km	1/250 000
carte départementale	1 cm pour 1.5 km	1/150 000
plan d'une ville	1 cm pour 0,1 km	1/10 000