C4T3 – TRIANGLE RECTANGLE 1

Objectif 3-1 Carré et racine carrée d'un nombre

1. Carré d'un nombre x

Le carré d'un nombre x s'obtient en multipliant le nombre x par lui-même ; Le carré de x est noté x^2.

Exemples

Quel est le carré de 6,4 ? Réponse : $6{,}4\times 6{,}4=40{,}96$ donc $6{,}4^2 = 40{,}96$.

On peut aussi utiliser la calculatrice : En entrant la séquence machine 6,4 x² =, la calculatrice affiche 40,96.

Carrés usuels

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

2. Problème inverse : Quel est le nombre positif dont le carré est 25 ?

Réponse: 5 car $5\times 5=25$. On note $\sqrt{25}=5$, ce qui se lit « racine carrée de 25 égal 5 ».

Le symbole $\sqrt{}$ s'appelle un radical, mais on lit « racine carrée ».

A connaître

La racine carrée d'un nombre positif n est le nombre positif dont le carré vaut n. Il est noté $\sqrt{n}$.

Exemples

- Quelle est la racine carrée de 81 ? Quelle est la racine carrée de 0,01 ?

  On trouve facilement les réponses dans les tables de multiplication :

  $9\times 9=81$ et $0{,}1\times 0{,}1=0{,}01$ donc $\sqrt{81}=9$ et $\sqrt{0{,}01}=0{,}1$.

- Quelle est la racine carrée de 10 ?

  La réponse n'est pas aussi simple. On doit procéder par encadrements successifs :

  $3\times 3=9$ et $4\times 4=16$ donc la réponse se situe entre 3 et 4 ;
  $3{,}1\times 3{,}1=9{,}61$ et $3{,}2\times 3{,}2=10{,}24$ donc la réponse se situe entre 3,1 et 3,2, etc.

Usage de la calculatrice

Pour trouver la racine carrée de 25 avec la calculatrice, on entre la séquence machine $\sqrt{}$ 25 =.
La calculatrice affiche alors 5.

Attention

Les racines carrées ne sont pas toujours des nombres décimaux.

Par exemple, le nombre dont le carré est 2 existe, mais il n'a pas d'écriture décimale, ni même d'écriture fractionnaire (ce sera démontré en 3ième ou en 2nde).

Lorsque l'on tape $\sqrt{}$ 2 = , la calculatrice affiche donc une valeur approchée. Le nombre dont le carré est 2 ne peut s'écrire de façon exacte que $\sqrt{2}$. Toute écriture décimale (comme par exemple 1,414 213 562) ou sous forme de fraction n'est qu'une valeur approchée.

C4T3 – TRIANGLE RECTANGLE 1

3. Valeurs exactes, valeurs approchées

A connaître

Certaines racines ont une valeur exacte décimale (par exemple $\sqrt{6{,}25}=2{,}5$), mais lorsque l'affichage de la calculatrice utilise tous les chiffres disponibles (10 ou 12 suivant les modèles), c'est probablement une valeur approchée.

Exemple

Lorsque l'on tape $\sqrt{}$ 2 =, la calculatrice affiche 1,412 213 562. Ce n'est pas un valeur exacte.

En effet 1,412 213 562 ^{2} = 1,999 999 998 944 727 844 et non pas 2.

La valeur exacte s'écrira $\sqrt{2}$, mais on peut vouloir aussi une valeur décimale approchée.

- **Procédure pour obtenir une valeur approchée au dixième (1 chiffre après la virgule) :**

  La calculatrice affiche 1,414 213 562

  Troncature au dixième : 1,4 (on « coupe » l'écriture décimale du nombre après les dixièmes)

  Encadrement au dixième : $1{,}4\leqslant\sqrt{2}<1{,}5$

  Comme le chiffre suivant dans l'écriture décimale est un 1, la valeur la plus proche est 1,4.

  Donc $\sqrt{2}\approx1{,}4$ arrondi au dixième.

- **Procédure pour obtenir une valeur approchée au centième (2 chiffres après la virgule) :**

  La calculatrice affiche 1,414 213 562

  Troncature au centième : 1,41

  Encadrement au centième : $1{,}41\leqslant\sqrt{2}<1{,}42$

  Comme le chiffre suivant dans l'écriture décimale est un 4, la valeur la plus proche est 1,41.

  Donc $\sqrt{2}\approx1{,}41$ arrondi au centième.

Objectif 3-2 Propriété de Pythagore

Énoncé de la propriété de Pythagore

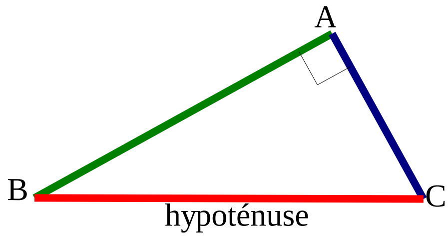
Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de son hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

Exemple

Dans ce triangle rectangle, [AB] et [AC] sont les côtés de l'angle droit et [BC] est l'hypoténuse.

D'après la propriété de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$



C4T3 – TRIANGLE RECTANGLE 1

Objectif 3-3 Déterminer la mesure d'un côté d'un triangle rectangle connaissant les mesures des 2 autres

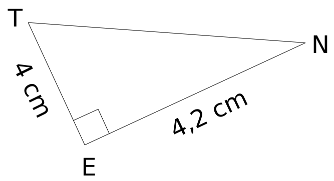
A connaître

4 étapes sont nécessaires :

1- Application de la propriété de Pythagore au triangle rectangle étudié.
2- Calcul du carré de la longueur du côté inconnu.
3- Calcul de la longueur du coté inconnu.
4- Réponse.

Exemple 1 : Calcul de l'hypoténuse

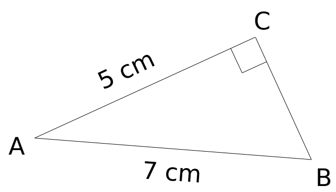
Dans le triangle ci-contre, calculer TN.



Rédaction	Commentaires
Dans le triangle TNE rectangle en E, d'après la propriété de Pythagore, on a :	*Utilisation de la propriété de Pythagore.*
$TN^2 = TE^2 + EN^2$	
$TN^2 = 4^2 + 4,2^2$	*Remplacement des longueurs connues et calcul du carré.*
$TN^2 = 16 + 17,64$	
$TN^2 = 33,64$	
Comme TN > 0 on a $TN = \sqrt{33,64} = 5,8$	*Calcul de la longueur.*
TN fait 5,8 cm.	*Réponse exacte précisant l'unité, éventuellement complétée par une valeur approchée si besoin.*

Exemple 2 : Calcul d'un côté de l'angle droit

Dans le triangle ci-contre, calculer CB.



Rédaction	Commentaires
Dans le triangle ABC rectangle en C, d'après la propriété de Pythagore, on a :	*Utilisation de la propriété de Pythagore.*
$AB^2 = AC^2 + CB^2$	
$7^2 = 5^2 + CB^2$	*Remplacement des longueurs connues et calcul du carré.*
$49 = 25 + CB^2$	
$CB^2 = 49 - 25$	*Attention : on cherche CB^2.*
$CB^2 = 24$	
Comme CB > 0 on a $CB = \sqrt{24} \approx 4,9$	*Calcul de la longueur.*
CB fait $\sqrt{24}$ cm, soit environ 4,9 cm au dixième près.	*Réponse exacte précisant l'unité, éventuellement complétée par une valeur approchée si besoin.*