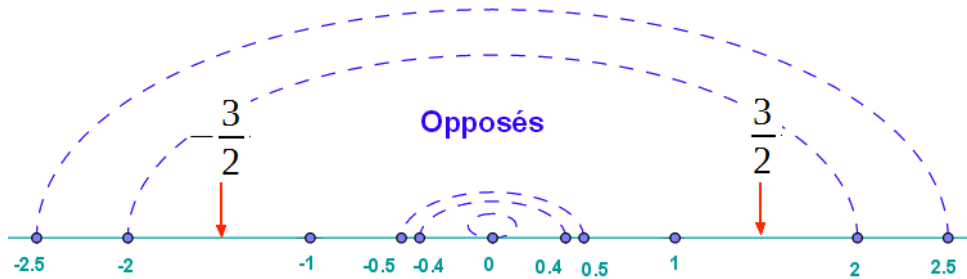


C4T4 – NOMBRES RELATIFS EN ÉCRITURE FRACTIONNAIRE 1

Objectif 4-1 Encadrer le quotient de deux nombres relatifs décimaux

Exemple : Encadrer les nombres $\frac{3}{2}$ et $-\frac{3}{2}$ par deux entiers consécutifs.

Solution : On a $1 < \frac{3}{2} < 2$ et $-2 < -\frac{3}{2} < -1$ **Attention à l'ordre !**



Objectif 4-2 Utiliser la règle fondamentale

1. Règle fondamentale

Le quotient de deux nombres **relatifs** reste inchangé si on multiplie (ou si on divise) ces deux nombres par un même nombre non nul.

Ou encore

Si a, b et c sont 3 nombres relatifs, b et c non nuls, alors $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}$

On obtient des écritures fractionnaires équivalentes.

Exemples

$$\frac{21}{-14} = \frac{21 \times (-4)}{-14 \times (-4)} = \frac{-84}{+56} = -\frac{84}{56}$$

$$\frac{21}{-14} = \frac{21 : 7}{-14 : 7} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$$

2. Simplification d'une fraction

Simplifier une fraction, c'est l'écrire sous la forme $\frac{p}{q}$ ou $-\frac{p}{q}$ avec p et q entiers **positifs** les plus petits possibles.

Exemples : Simplifie les fractions $\frac{30}{45}$ et $\frac{42}{-140}$.

Lorsqu'il y a des nombres négatifs, on commence par déterminer le signe : $\frac{42}{-140} = -\frac{42}{140}$.

- Méthode par divisions successives :

$$\frac{30}{45} = \frac{30 : 5}{45 : 5} = \frac{6}{9} = \frac{6 : 3}{9 : 3} = \frac{2}{3}$$

et

$$\frac{42}{-140} = -\frac{42}{140} = -\frac{42 : 2}{140 : 2} = -\frac{21}{70} = -\frac{21 : 7}{70 : 7} = -\frac{3}{10}$$

C4T4 – NOMBRES RELATIFS EN ÉCRITURE FRACTIONNAIRE 1

- Méthode par décomposition :

$$\frac{30}{45} = \frac{2 \times \cancel{5} \times 3}{3 \times \cancel{5} \times 3} = \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad \frac{42}{-140} = -\frac{42}{140} = -\frac{3 \times \cancel{2} \times 7}{10 \times \cancel{2} \times 7} = -\frac{3}{10}$$

3. Comparer deux écritures fractionnaires

Deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur **positif** se rangent dans le même ordre que leurs numérateurs.

Lorsque les dénominateurs sont différents, il faut au préalable trouver pour ces deux nombres, deux écritures fractionnaires équivalentes de même dénominateur positif. On dit que l'on réduit au même dénominateur.

Exemple : Compare $C = \frac{-1}{24}$ et $D = \frac{5}{-16}$.

- On écrit D avec un dénominateur positif : $\frac{5}{-16} = -\frac{5}{16} = \frac{-5}{16}$.
- Multiples de 24 : 24 ; **48** ; 72 ; 96... Multiples de 16 : 16 ; 32 ; **48** ; 64 ...
- Le plus petit multiple commun à 16 et 24 est **48**, donc :

$$C = \frac{-1 \times 2}{24 \times 2} = \frac{-2}{48} \quad \text{et} \quad D = \frac{-5 \times 3}{16 \times 3} = \frac{-15}{48}.$$

- Comme $\frac{-15}{48} < \frac{-2}{48}$, on a $D < C$ soit $-\frac{5}{16} < -\frac{1}{24}$

4. Diviser par un nombre décimal

Exemple 1 : Divise le nombre -0,21 par 0,007.

Le quotient de -0,21 par 0,007 peut s'écrire : $-\frac{0,21}{0,007} = -\frac{0,21 \times 1000}{0,007 \times 1000} = -\frac{210}{7} = -30$.

Exemple 2 : Donne le quotient arrondi au centième de 21,1 par -0,7 et le reste associé.

Le quotient de 21,1 par -0,7 peut s'écrire $-\frac{21,1}{0,7}$, or $-\frac{21,1}{0,7} = -\frac{21,1 \times 10}{0,7 \times 10} = -\frac{211}{7}$.

Donc $21,1 : (-0,7) = -211 : 7 \approx -30,14$.

Comme on a : reste = dividende – diviseur x quotient approché

$$\text{reste} = 21,1 - [(-0,7) \times (-30,14)] = 0,002$$

C4T4 – NOMBRES RELATIFS EN ÉCRITURE FRACTIONNAIRE 1

Objectif 4-3 Utiliser les produits en croix

1. À connaître

Si deux nombres en écriture fractionnaire sont égaux alors leurs produits en croix sont égaux.

Réciproquement, si les produits en croix de deux nombres en écriture fractionnaire sont égaux alors ces deux nombres sont égaux.

Remarque :

En particulier, pour démontrer que deux nombres en écriture fractionnaire ne sont pas égaux, il suffit de démontrer que leurs produits en croix ne sont pas égaux.

2. Montrer que deux écritures fractionnaires sont égales

Exemple : Les nombres $\frac{-2,1}{7}$ et $\frac{2,4}{-8}$ sont-ils égaux ? Justifie.

$$-2,1 \times (-8) = 16,8$$

$$7 \times 2,4 = 16,8$$

$$16,8 = 16,8$$



On calcule les produits en croix et on les compare.



Les produits en croix sont égaux donc les nombres sont égaux.

3. Calculer un numérateur ou un dénominateur manquant dans une égalité

Exemple : Calcule n sachant que $\frac{n}{4} = \frac{7}{-5}$.

Les écritures fractionnaires étant égales, leurs produits en croix sont égaux, donc :

$$n \times (-5) = 4 \times 7 \quad \text{d'où} \quad n = \frac{4 \times 7}{-5} = -5,6.$$

Remarque : On utilise cette technique pour calculer une « quatrième proportionnelle ».

C4T4 – NOMBRES RELATIFS EN ÉCRITURE FRACTIONNAIRE 1

Objectif 4-4 Additionner ou soustraire

À connaître (rappel de 5°)

Pour additionner (ou soustraire) des nombres en écriture fractionnaire :

- on réduit les nombres au même dénominateur ;
- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

Exemple : Calcule l'expression $A = -1 + \frac{-2}{-5} + \frac{-11}{4}$.

$$A = -1 + \left(+\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{11}{4}\right)$$

→ On écrit chaque nombre sous la forme $\frac{p}{q}$ ou $-\frac{p}{q}$ avec p et q entiers positifs les plus petits possibles.

$$A = -\frac{1}{1} + \frac{2}{5} - \frac{11}{4}$$

→ On simplifie l'écriture en supprimant les parenthèses.
Si n est décimal on l'écrit $\frac{n}{1}$

Multiples de 5 : 5 ; 10 ; 15 ; **20** ; 25 ; ...

→ On cherche le plus petit multiple commun non nul à 5 et 4. (Donc aussi à 1).

Multiples de 4 : 4 ; 8 ; 12 ; 16 ; **20** ...

$$A = -\frac{20}{20} + \frac{2 \times 4}{5 \times 4} - \frac{11 \times 5}{4 \times 5}$$

→ On réduit les fractions au même dénominateur, ici 20.

$$A = -\frac{20}{20} + \frac{8}{20} - \frac{55}{20}$$

$$A = \frac{-20 + 8 - 55}{20}$$

→ On additionne les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

$$A = \frac{-67}{20} = -\frac{67}{20}$$

→ Penser à simplifier si possible.