C4T5 – TRIANGLE RECTANGLE 2

Objectif 5-1 Écrire l'énoncé réciproque d'une propriété donnée

Une propriété peut s'énoncer de la façon suivante :
Si proposition 1 alors proposition 2.

La propriété réciproque s'obtient en inversant les 2 propositions :
Si proposition 2 alors proposition 1.

La propriété contraposée s'obtient en inversant et en niant les 2 propositions :
Si négation de la proposition 2 alors négation de la proposition 1.

Exemple 1

Propriété de départ (sens direct) :	Si j'habite en France alors j'habite en Europe. (Vraie)
Propriété réciproque :	Si j'habite en Europe alors j'habite en France. (Fausse)
Propriété contraposée :	Si je n'habite pas en Europe alors je n'habite pas en France. (Vraie)

Exemple 2

Propriété de départ (sens direct) :	Si un nombre est pair alors il est multiple de 2. (Vraie)
Propriété réciproque :	Si un nombre est multiple de 2 alors il est pair. (Vraie)
Propriété contraposée :	Si un nombre n'est pas multiple de 2 alors il n'est pas pair. (Vraie)

A connaître (admis)

Lorsqu'une propriété est vraie :
- La propriété réciproque peut être vraie ou fausse.
- La propriété contraposée est vraie.

Objectif 5-2 Énoncer la propriété de Pythagore et sa réciproque

Propriété de Pythagore (rappel)

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de son hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

Cette propriété sert à déterminer la mesure d'un côté d'un triangle rectangle connaissant les mesures des 2 autres.

Propriété réciproque

Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors le triangle est rectangle.

Cette propriété sert à démontrer qu'un triangle est rectangle.

Propriété contraposée

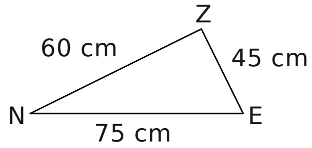
Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors le triangle ne peut pas être rectangle.

Cette propriété sert à démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle.

C4T5 – TRIANGLE RECTANGLE 2

Objectif 5-3 Prouver qu'un triangle est ou n'est pas rectangle

1. Prouver qu'un triangle est rectangle en utilisant la propriété réciproque



Exemple : NEZ est un triangle tel que NE = 75 cm ; EZ = 45 cm et NZ = 60 cm.
Démontre que ce triangle est rectangle.

Rédaction modèle à connaître par cœur :

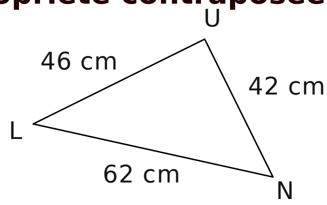
Si le triangle NEZ est rectangle, il le sera en Z car [NE] est le plus grand côté.
On **calcule séparément** NE^2 et $EZ^2 + NZ^2$:

D'une part, $NE^2 = 75^2$
$NE^2 = 5625$

D'autre part, $EZ^2 + NZ^2 = 45^2 + 60^2$
$EZ^2 + NZ^2 = 2025 + 3600$
$EZ^2 + NZ^2 = 5625$

Comme $NE^2 = EZ^2 + NZ^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle NEZ est rectangle en Z.

2. Prouver qu'un triangle n'est pas rectangle en utilisant la propriété contraposée



Exemple : NUL est un triangle tel que NU = 42 cm ; LU = 46 cm et LN = 62 cm.
Démontre que NUL n'est pas un triangle rectangle.

Rédaction modèle à connaître par cœur :

Si le triangle NUL est rectangle, il le sera en U car [LN] est le plus grand côté.
On **calcule séparément** LN^2 et $LU^2 + NU^2$:

D'une part, $LN^2 = 62^2$
$LN^2 = 3844$

D'autre part, $LU^2 + NU^2 = 46^2 + 42^2$
$LU^2 + NU^2 = 2116 + 1764$
$LU^2 + NU^2 = 3880$

Comme $LN^2 \neq LU^2 + NU^2$, le triangle NUL n'est pas rectangle.

Remarque : Ne pas parler de contraposée, conclure directement.