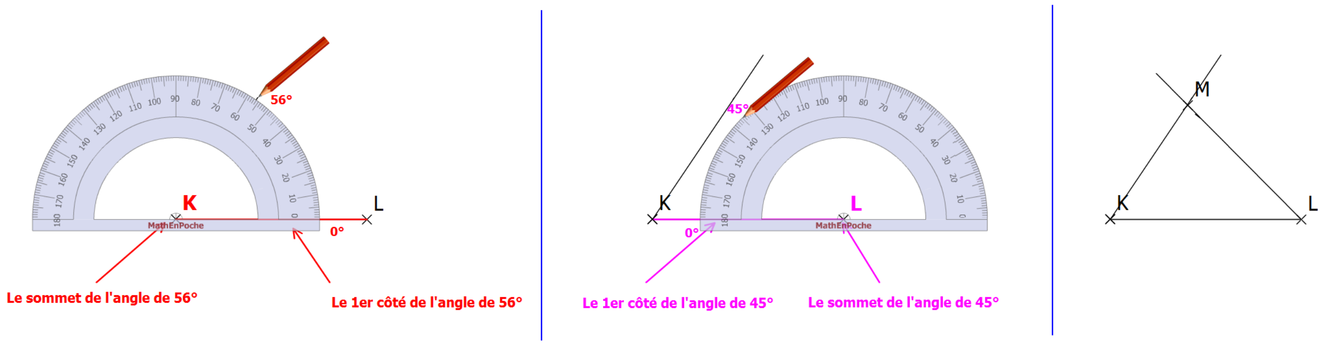
C4T7 – TRIANGLES

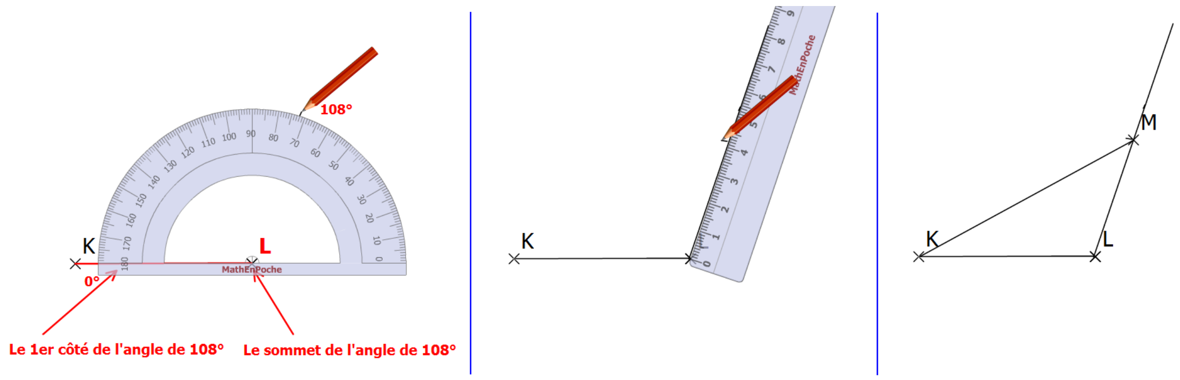
Objectif 7-1 Triangles égaux (superposables)

1. Les trois constructions de base

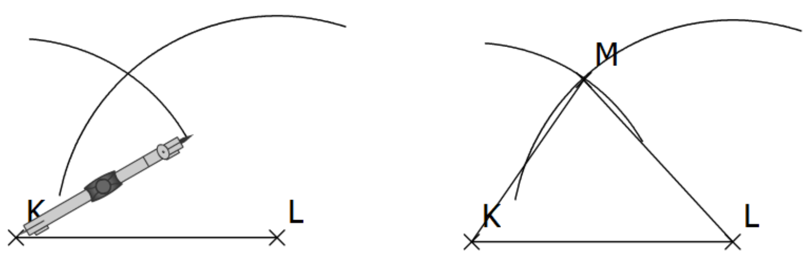
- **Construction du triangle KLM tel que** $KL=7\,cm$ **;** $\widehat{MKL}=56°$ **et** $\widehat{KLM}=45°$ **.**
  - On sait que : KL = 7 cm, on trace le segment [KL]
  - On sait que : $\widehat{MKL}=56°$, on construit l'angle $\widehat{MKL}$
  - On sait que : $\widehat{KLM}=45°$, on construit l'angle $\widehat{KLM}$
  - On place le point M intersection des deux demi-droites tracées.



- **Construction d'un triangle KLM tel que KL = 6 cm ; LM = 4,2 cm et** $\widehat{KLM}=108°$ **.**
  - On sait que : KL = 6 cm, on trace le segment [KL]
  - On sait que : $\widehat{KLM}=108°$, on construit l'angle $\widehat{KLM}$
  - On sait que LM = 4,2 cm, on place le point M. On trace le segment [KM].



- **Construction d'un triangle KLM tel que KL = 6 cm ; LM = 5 cm et KM = 4,5 cm.**
  - On sait que : KL = 6 cm, on trace le segment [KL].
  - On sait que : LM = 5 cm , on trace un arc de cercle de centre L et de rayon 5 cm.
  - On sait que : KM = 4,5 cm , on trace un arc de cercle de centre K et de rayon 4,5 cm.
  - On place le point M intersection des deux arcs de cercles tracés.
  - On trace les segments [KM] et [LM]



2. Triangles égaux (isométriques)

Pour chacun des trois cas vus en exemples dans le paragraphe 1, si l'on dessine deux triangles respectant les mêmes données de l'énoncé, on obtient deux triangles superposables.

Retenir

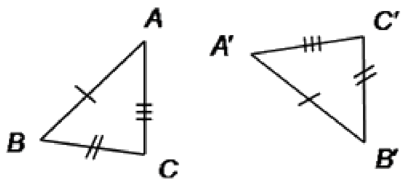
Deux triangles sont superposables, on dira **sont égaux** ou encore **sont isométriques,**

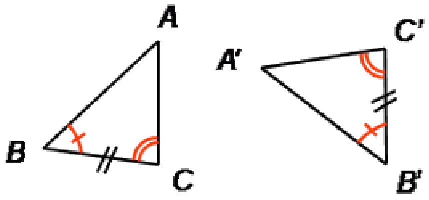
s'ils ont, deux à deux, leurs côtés de même longueur,

ou s'ils ont, deux à deux, un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur,

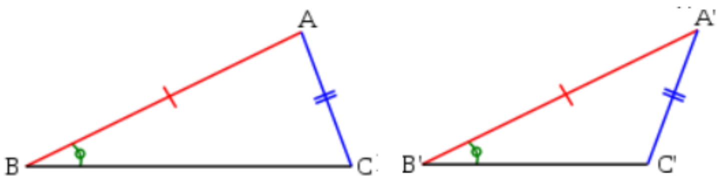
ou s'ils ont, deux à deux, un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure.

Exemples





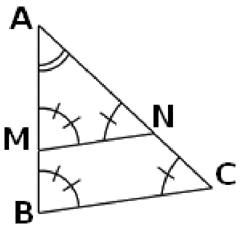
Contre-exemple



Objectif 7-2 Triangles semblables

Si dans un triangle on trace une parallèle à un des côtés on obtient deux triangles dont l'un est une réduction de l'autre (et l'autre un agrandissement de l'un).

AMN est une réduction de ABC et ABC un agrandissement de AMN



$$Si\ \ (MN)//(BC)\ \ alors\ \ \hat{A}\ \ est\ \ commun,$$

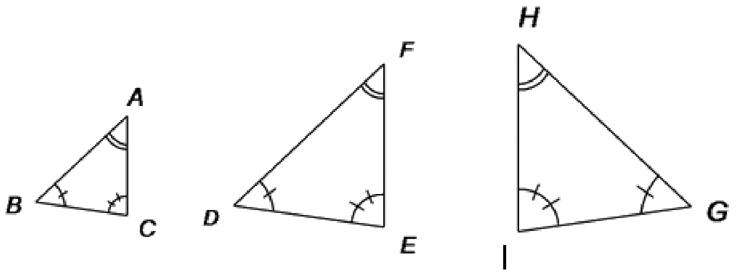
$$\hat{M}\ =\ \hat{B}\ \ et\ \ \hat{N}=\ \hat{C}\quad et\quad \frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}=k$$

Définition

On dit que deux triangles sont **semblables** si les deux triangles ont des **angles de même mesure,** pris deux à deux.

On démontrera en troisième, à l'aide de la propriété de Thalès, que **les côtés,** pris deux à deux, **sont proportionnels**.

Exemple de triangles semblables



Retenir

Pour démontrer que deux triangles sont semblables , il suffit de montrer qu'ils ont **deux angles égaux** pris deux à deux. (Le troisième angle vaut 180° moins la somme des 2 autres).

Attention

Si deux triangles sont égaux alors ils sont semblables.
Mais <u>la réciproque est fausse</u>, **deux triangles semblables ne sont pas forcément égaux**.

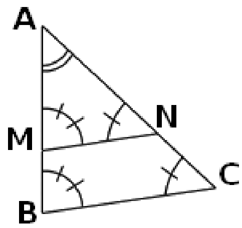
Remarque

Si AMN et ABC sont semblables, avec AMN réduction de ABC, on a :

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}=k\ \ avec\ \ 0<k<1\ \ (k\ \ est\ \ un\ \ coefficient\ \ de\ \ réduction)$$

$$\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}=\frac{BC}{MN}=k'=\frac{1}{k}\ \ avec\ \ k'>1\ \ (k'\ \ est\ \ un\ \ coefficient\ \ d'agrandissement)$$

Si AMN et ABC sont égaux, on a : $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}=\mathbf{1}=\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}=\frac{BC}{MN}$



C4T7 – TRIANGLES

Objectif 7-3 Droites remarquables du triangle

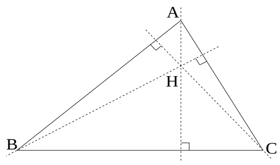
1. Hauteurs du triangle

Définition

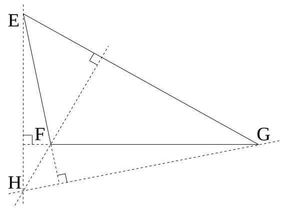
Droite perpendiculaire à un côté et passant par le sommet opposé.

Propriété

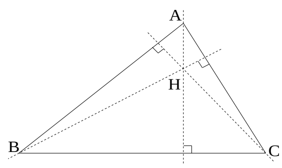
Les trois hauteurs sont concourantes en un point appelé orthocentre.



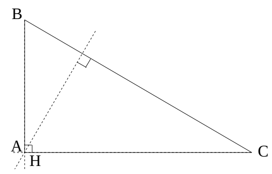
Remarques



Si un angle du triangle est obtus, alors l'orthocentre est à l'extérieur du triangle.



Si H est l'orthocentre de ABC, alors A est l'orthocentre du triangle BHC.



Si le triangle ABC est rectangle en A alors H et A sont confondus.

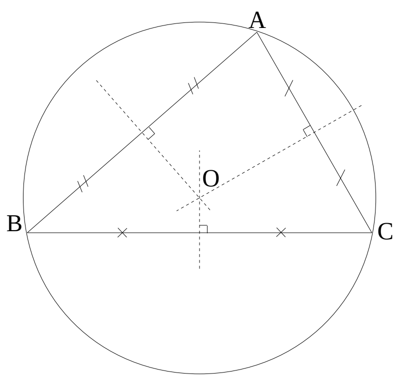
2. Médiatrices du triangle

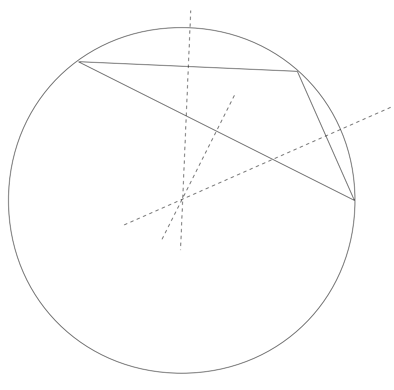
Définition

Droite perpendiculaire au côté (segment) passant par son milieu.

Propriété

Les trois médiatrices des côtés sont concourantes. Le point de concours est équidistant des trois sommets, c'est le centre **du cercle circonscrit** au triangle.





Remarque : Si le triangle a un angle obtus alors le centre du cercle circonscrit est à l'extérieur du triangle.