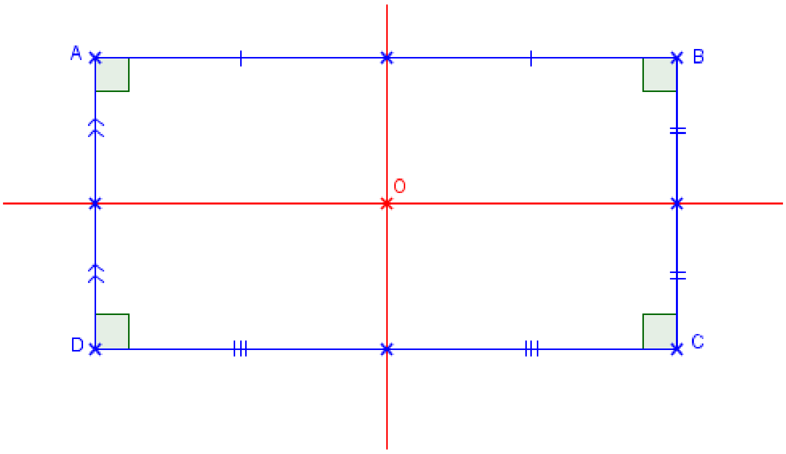
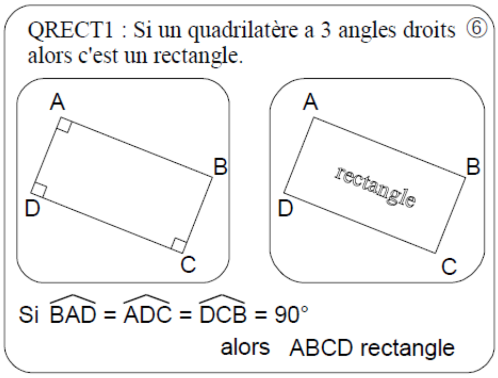
C4T9 – RECTANGLES – LOSANGES – CARRÉS

Objectif 9-1 Rectangle : définition et propriétés

1. Définition

Un rectangle est un quadrilatère qui a 4 angles droits.





Définition ou QRECT1

Un rectangle est un parallélogramme particulier car (AB) // (CD) et (AD) // (BC).

(Deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles).

2. Centre et axes de symétrie

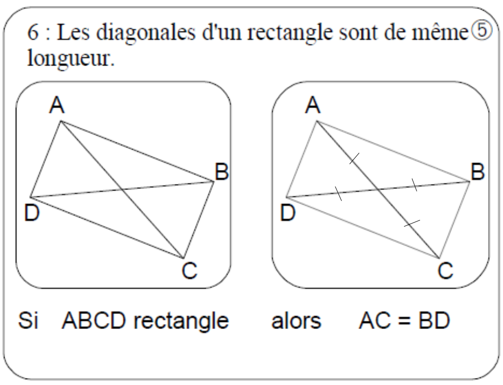
Propriété

Un rectangle possède **un centre de symétrie** : le point d'intersection de ses diagonales, et **deux axes de symétrie**: ses médianes. (en rouge sur la figure de dessus)

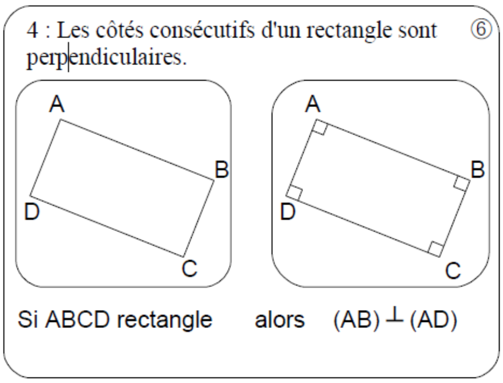
3. Conséquences

Deux propriétés du fichier

- **Si** un quadrilatère est un rectangle **alors** ses diagonales se coupent en leur milieu et ont même longueur.
- **Si** un quadrilatère est un rectangle **alors** deux côtés consécutifs sont perpendiculaires.



LONG 6



PERP 4

C4T9 – RECTANGLES – LOSANGES – CARRÉS

Objectif 9-2 Reconnaître un rectangle

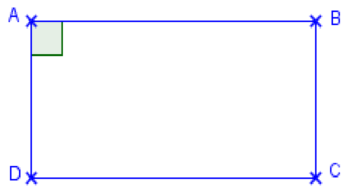
En plus de la définition (QRECT1) on peut utiliser l'une des deux propriétés ci-dessous :

Propriété QRECT2

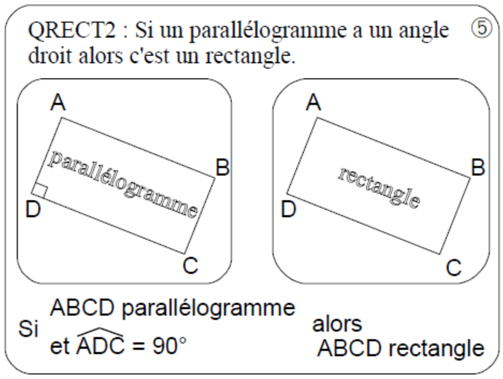
Si un parallélogramme a un angle droit **alors** c'est un rectangle.

Exemple

Données : ABCD est un parallélogramme
et Â = 90°.



Conclusion : ABCD est un rectangle.



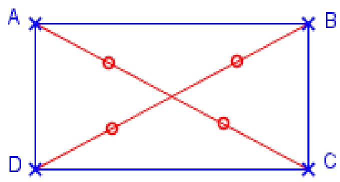
QRECT2

Propriété QRECT3

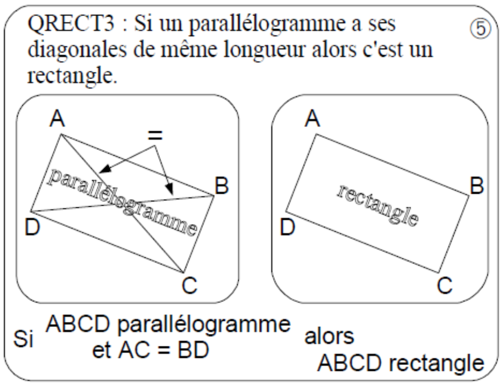
Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur **alors** c'est un rectangle.

Exemple

Données : ABCD est un parallélogramme
et AC = BD.



Conclusion : ABCD est un rectangle.



QRECT3

C4T9 – RECTANGLES – LOSANGES – CARRÉS

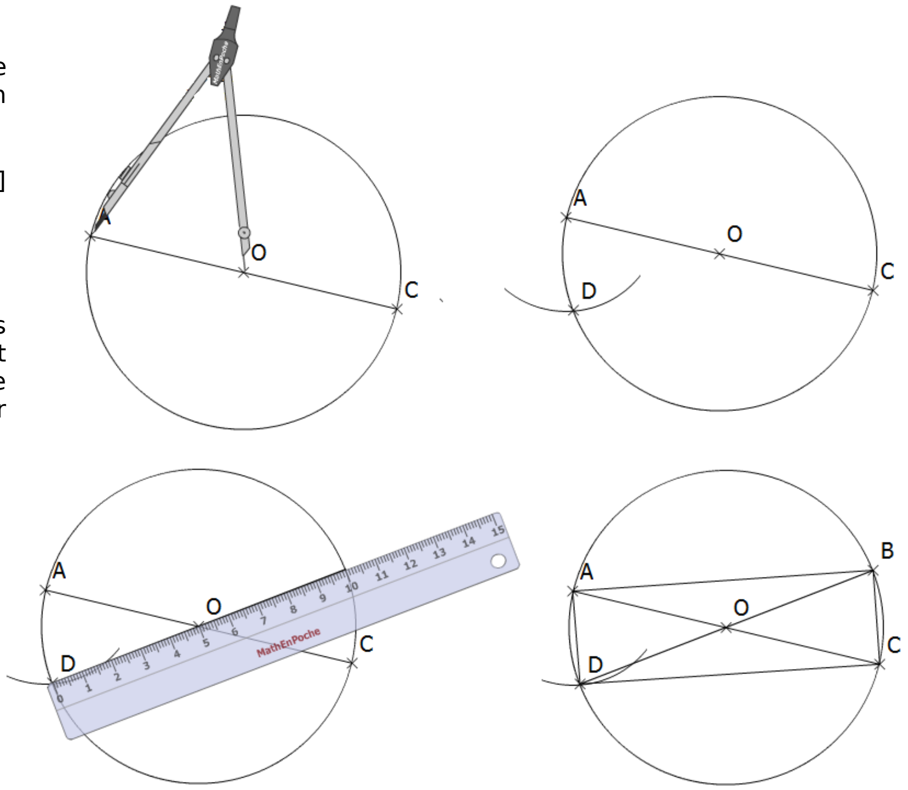
Objectif 9-3 Construire un rectangle

1. En utilisant la propriété de ses diagonales. (QREC3)

On trace le cercle de diamètre [AC], et on place sur ce cercle un point D.

On trace ensuite le diamètre [DB] et on finit la construction.

Le quadrilatère ABCD a des diagonales de même milieu c'est donc un parallélogramme ; de plus elles sont de même longueur c'est donc un rectangle.



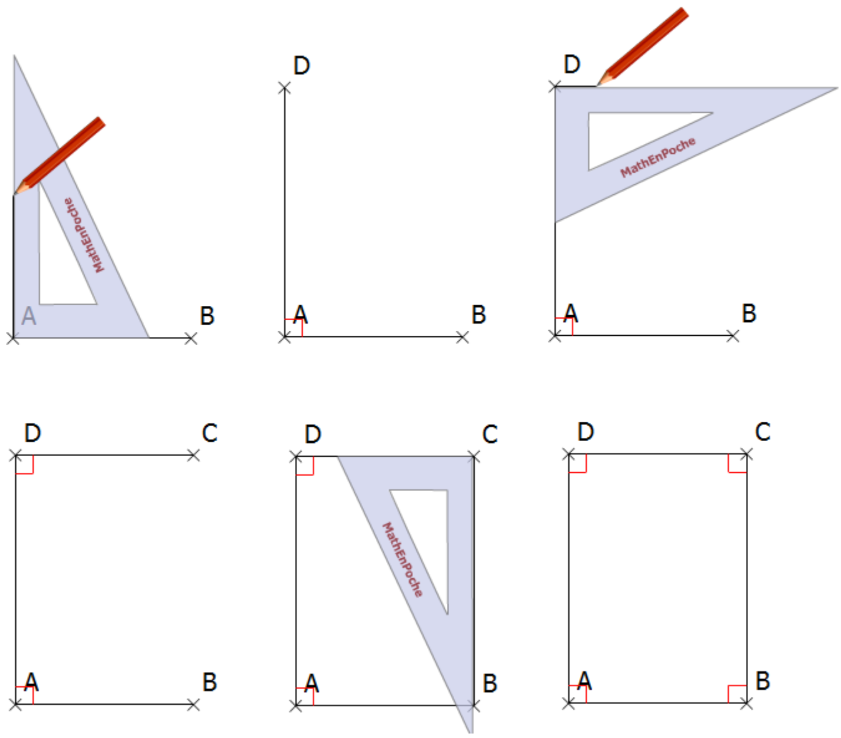
2. En utilisant ses angles droits. (Définition)

On trace le segment [AB] et le segment perpendiculaire[AD].

On continue avec le segment perpendiculaire [DC].

On termine avec [CB].

On obtient un quadrilatère dont les quatre angles sont droits, c'est un rectangle.

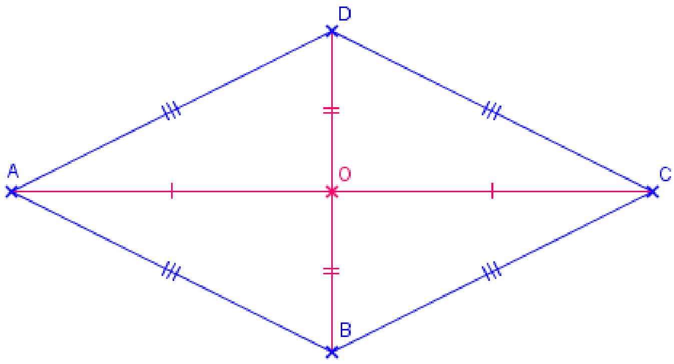


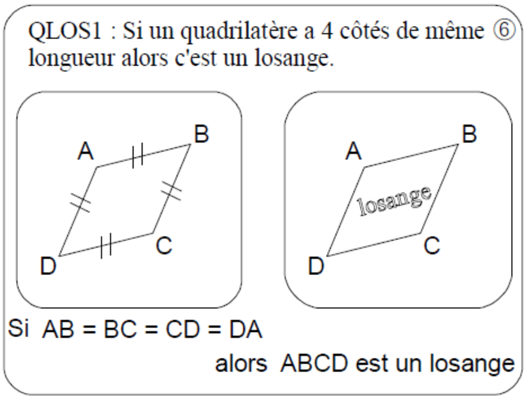
C4T9 – RECTANGLES – LOSANGES – CARRÉS

Objectif 9-4 Losange : définition et propriétés

1. Définition

Un losange est un quadrilatère qui a 4 côtés de même longueur.





Un losange est un parallélogramme particulier.

Définition ou QLOS1

Démonstration : D et B sont sur la médiatrice de [AB], c'est un axe de symétrie pour la figure. A et C sont sur la médiatrice [DB], c'est un axe de symétrie pour la figure. La médiatrice est perpendiculaire au segment, donc la figure admet deux axes de symétrie perpendiculaires, donc un centre de symétrie O. Dans une symétrie centrale l'image d'une droite est une droite parallèle. Conclusion ABCD est un parallélogramme car (AB) // (CD) et (AD) // (BC).

2. Centre et axes de symétrie

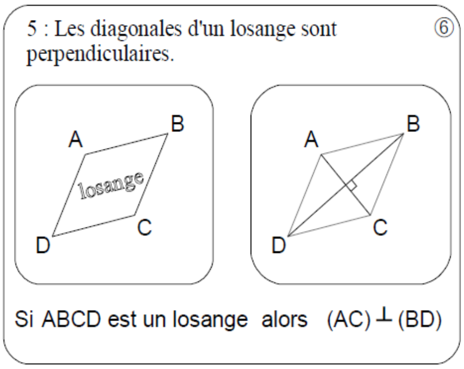
Propriété

Un losange possède **un centre de symétrie** : le point d'intersection de ses diagonales, et **deux axes de symétrie** : ses diagonales.

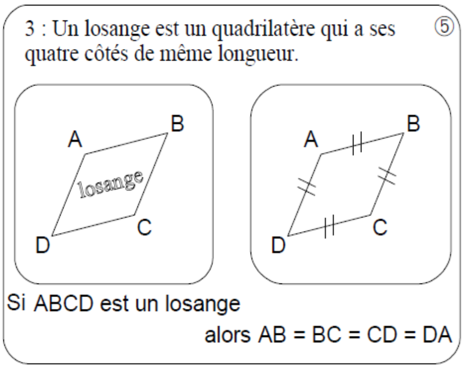
3. Conséquences

Trois propriétés du fichier

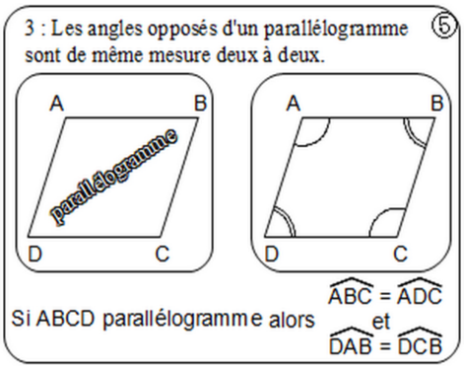
- **Si** un quadrilatère est un losange **alors** ses diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.
- **Si** un quadrilatère est un losange **alors** deux côtés consécutifs ont même longueur.
- **Si** un quadrilatère est un losange (donc un parallélogramme) **alors** les angles opposés sont de même mesure et les angles consécutifs (adjacents) sont supplémentaires.



PERP 5



LONG 3



ANG 3

C4T9 – RECTANGLES – LOSANGES – CARRÉS

Objectif 9-5 Reconnaître un losange

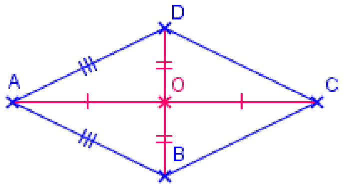
En plus de la définition (QLOS1) on peut utiliser l'une des deux propriétés ci-dessous :

Propriété QLOS2

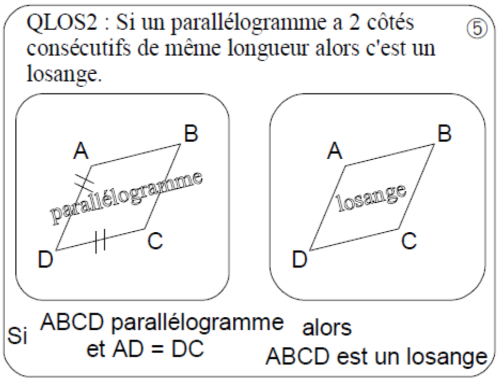
Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs égaux **alors** c'est un losange.

Exemple

Données : [AC] et [DB] se coupent en leur milieu et AD = AB.



Conclusion : ABCD est un losange.



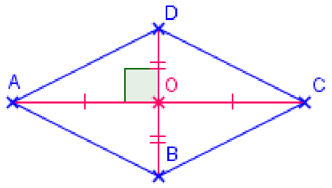
QLOS2

Propriété QLOS3

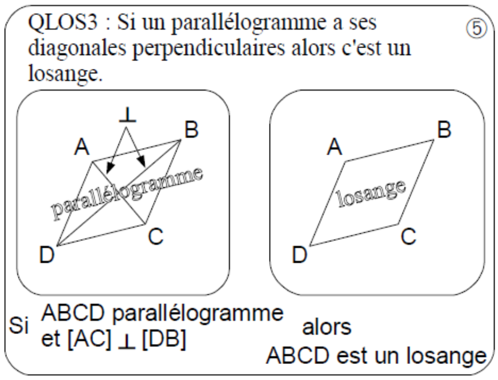
Si un parallélogramme a des diagonales perpendiculaires **alors** c'est un losange.

Exemple

Données : [AC] et [DB] se coupent en leur milieu , (AC) et (BD) sont perpendiculaires.



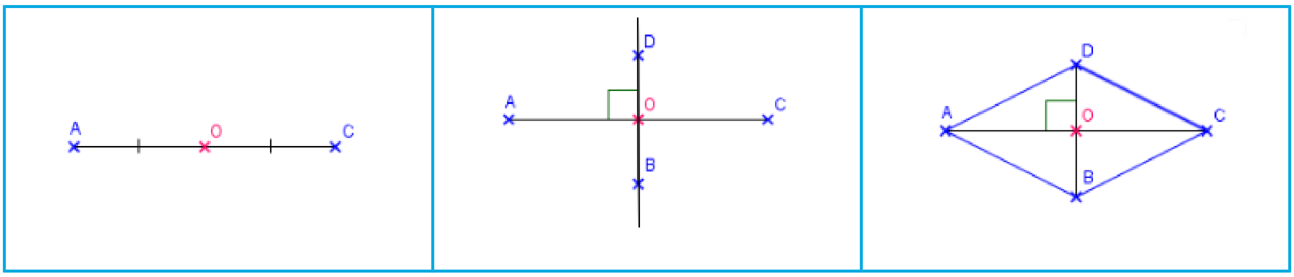
Conclusion : ABCD est un losange.



QPARA1

Objectif 9-6 Construire un losange

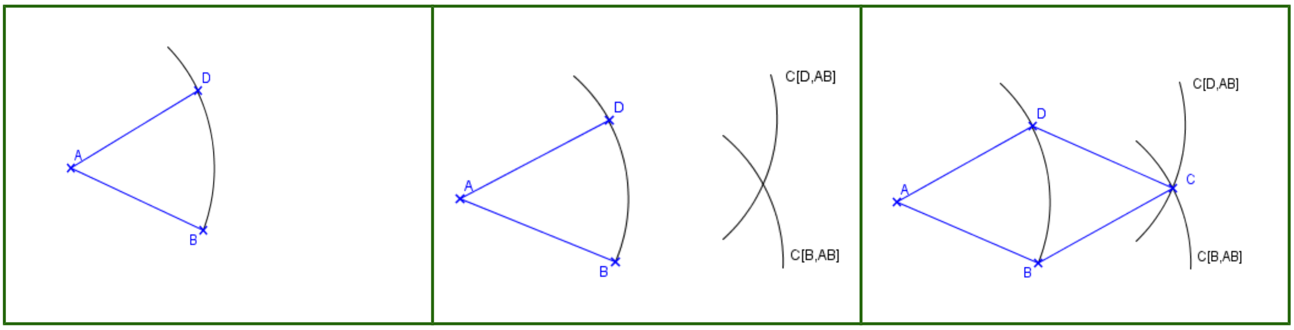
1. En utilisant la propriété de ses diagonales. (PERP5)



a. Tracer la diagonale [AC] et placer son milieu O.	b. Tracer [DB], de milieu O, sur la perpendiculaire à (AC).	c. Tracer ABCD.

On obtient un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu et sont perpendiculaires. C'est un losange.

2. En utilisant la propriété sur les longueurs de ses côtés. (Définition)



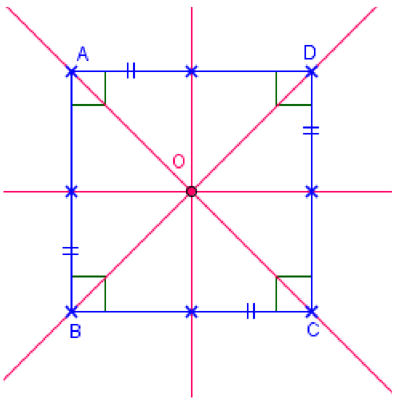
a. Tracer deux côtés [AB] et [AD] de même longueur.	b. Tracer un arc de cercle de centre B et de rayon AB et un arc de centre D et de même rayon AB.	c. Ces deux arcs de cercle se coupent en C. Tracer [BC] et [DC].

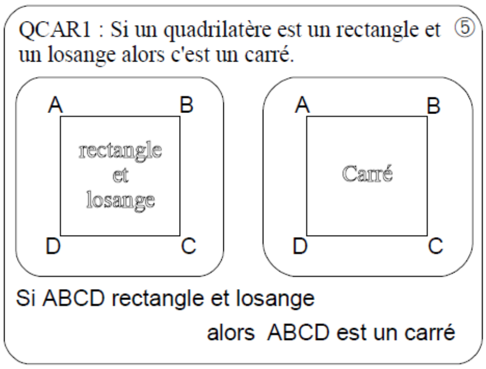
On obtient un quadrilatère dont quatre côtés ont la même longueur. C'est un losange.

Objectif 9-7 Carré : définition et propriétés

1. Définition

Un carré est à la fois un rectangle et un losange.





2. Centre et axes de symétrie

Un carré possède un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales et quatre axes de symétrie, ses deux diagonales et ses deux médianes.

3. Conséquences

Un carré possède toutes les propriétés d'un rectangle (diagonales de même milieu et de même longueur, deux côtés consécutifs sont perpendiculaires, les quatre angles sont droits) et toutes les propriétés du losange(les diagonales ont le même milieu et sont perpendiculaires, deux côtés consécutifs sont de même longueur).

C4T9 – RECTANGLES – LOSANGES – CARRÉS

Objectif 9-8 Reconnaître un carré

Pour démontrer qu'un quadrilatère est un carré il faut démontrer que c'est un rectangle mais aussi un losange.

Objectif 9-9 Construire un carré

On construit soit un rectangle particulier, avec deux côtés consécutifs égaux, soit un losange particulier, avec deux diagonales de même longueur. (Revoir donc les objectifs 10-3 et 10-6).