C5T11 – Proportionnalité

Objectif 11-1 Reconnaître une situation de proportionnalité

Définition

On dit qu'un tableau est un tableau de proportionnalité si les nombres de la deuxième ligne sont obtenus en multipliant ceux de la première par un même nombre. Ce nombre s'appelle le coefficient de proportionnalité.

Exemple

Au marché, des bananes sont vendues suivant le tarif ci-dessous :

Ligne des x : Masse en kg	2	4	5
Ligne des y : Prix en €	3	6	7,50

Comme $\frac{3}{2}=\frac{6}{4}=\frac{7{,}50}{5}=1{,}5$ le prix payé est proportionnel à la quantité achetée.

Contre-exemple

La taille d'une personne n'est pas proportionnelle à son âge.

Ligne des x : Âge en années	5	10	15
Ligne des y : Taille en cm	100	130	170

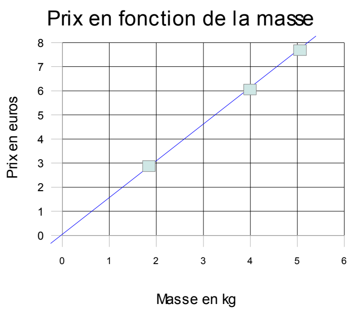
Comme $\frac{100}{5}=20$ mais $\frac{130}{10}\neq 20$ et $\frac{170}{15}\neq 20$ ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

Retenir

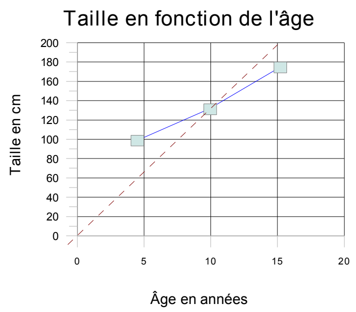
Pour démontrer qu'un tableau est un tableau de proportionnalité il faut calculer, pour chaque colonne, le rapport $\frac{y}{x}$ et montrer que l'on obtient toujours le même nombre.

Propriété

Le graphique associé à un tableau de proportionnalité est un ensemble de points alignés avec l'origine du repère.



Proportionnalité



Non proportionnalité

C5T11 – Proportionnalité

Objectif 11-2 Compléter un tableau de proportionnalité, déterminer une quatrième proportionnelle

1. Passage par l'image de l'unité

On cherche le prix pour 1 kg : 2 — puis on calcule pour 6 kg x 6

Masse en kg	2	1	6
Prix en €	3	$\square=\frac{3}{2}$	$\square=\frac{3}{2}\times 6$

2. Coefficient multiplicateur

On en prend trois fois plus donc on paie trois fois plus cher.

x 3

Masse en kg	2	6
Prix en €	3	$\square=3\times 3$

3. Coefficient de proportionnalité

On cherche par combien multiplier la masse pour obtenir le prix. Ce nombre est constant.

$$coefficient=\frac{3}{2}=1{,}50 \qquad coefficient=\frac{4{,}50}{3}=1{,}50$$

$\times coefficient$

Masse en kg	2	3	7
Prix en €	3	4,50	$\square=7\times coefficient$

4. Propriété additive de la linéarité

Le prix de 6 kg est égal au prix de 2 kg plus le prix de 4 kg

=

+

Masse en kg	2	4	6
Prix en €	3	6	9

Objectif 11-3 Comparer des proportions, calculer et utiliser un taux de pourcentage

Un exemple

On se propose de comparer la proportion de filles dans les classes de 5ᵉA et de 5ᵉB.

On compte, en 5ᵉA, 20 élèves dont 12 filles, et, en 5ᵉB, 25 élèves dont 14 filles.

En 5ᵉA les filles sont dans la proportion de 12 sur 20 soit $\frac{12}{20}$.

En 5ᵉB les filles sont dans la proportion de 14 sur 25 soit $\frac{14}{25}$.

Dans un classe de 100 élèves :

- en respectant la même proportion de filles qu'en 5ᵉA on en compterait 60 car $\frac{12}{20}=\frac{60}{100}$ soit 60%.
- en respectant la même proportion de filles qu'en 5eB on en compterait 56 car $\frac{14}{25}=\frac{56}{100}$ soit 56%.

Définition

Un pourcentage est un rapport dont le second terme est 100. Il sert à faciliter les comparaisons.

Pourcentages particuliers

100% : $\frac{100}{100}=1$: la totalité

0% : $\frac{0}{100}=0$: rien

75% : $\frac{75}{100}=0{,}75=\frac{3}{4}$: les trois quarts

50% : $\frac{50}{100}=0{,}50=\frac{1}{2}$: la moitié.

25% : $\frac{25}{100}=0{,}25=\frac{1}{4}$: le quart.

10% : $\frac{10}{100}=0{,}10=\frac{1}{10}$: le dixième

Attention 33% est très voisin de un tiers mais n'est pas égal $\frac{33}{100}\approx\frac{1}{3}$

Prendre un pourcentage d'une grandeur. (Appliquer un pourcentage).

On accorde une réduction de 15% sur le prix d'un pantalon qui coûte 40 €. Calculer cette réduction.

15%, c'est $\frac{15}{100}$; prendre 15% de 40 € revient à calculer : $40\times\frac{15}{100}$.

Deux calculs possibles : $0{,}4\times15=6$ *ou alors* $40\times0{,}15=6$.

La réduction est de 6 €.

C5T11 – Proportionnalité

Objectif 11-4 Calculer et utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin

Définition

Lorsque les dimensions sur une reproduction sont proportionnelles aux dimensions réelles, l'échelle sert à indiquer le rapport entre les dimensions sur la reproduction et les dimensions réelles.

Généralement, l'échelle est donnée par une fraction :

$$\text{échelle} = \frac{\text{longueur sur la reproduction}}{\text{longueur réelle}}$$

Attention : Les longueurs sont exprimées dans la même unité.

Exemples

- Une échelle de $\frac{3}{1}$, (ou plus simplement une échelle de 3), signifie que 3 cm sur le dessin représentent 1 cm dans la réalité.

  Lorsque l'échelle est **plus grande que 1**, la reproduction est un **agrandissement.**

- Une échelle de $\frac{1}{20\,000}$ signifie que 1 cm sur le dessin représente 20 000 cm dans la réalité, (200 m).

  Lorsque l'échelle est **plus petite que 1**, la reproduction est une **réduction**.

- Les échelles les plus utilisées pour des cartes routières sont :

carte de la France	1 cm pour 10 km	1/1 000 000
carte régionale	1 cm pour 2,5 km	1/250 000
carte départementale	1 cm pour 1,5 km	1/150 000
plan d'une ville	1 cm pour 0,1 km	1/10 000

Objectif 11-5 Travailler avec des longueurs, des masses ; calculer des durées, des horaires

Voir exercices.