

C5T13 – Calcul littéral – Équations

Objectif 13-1 Produire, simplifier et utiliser une expression littérale

1. Produire une expression

Il est parfois nécessaire (ou plus pratique) de manipuler des grandeurs sans connaître leur valeur numérique. Dans ce cas, on utilise des lettres pour les représenter dans des expressions appelées **expressions littérales**.

Exemples

- On peut résumer le programme de calcul :

« Choisir un nombre puis multiplier son successeur par son prédécesseur »

en écrivant l'expression $(x+1)\times(x-1)$, dans laquelle x désigne le nombre choisi.

- La formule du périmètre du rectangle peut s'écrire :

$Périmètre\ du\ rectangle = 2 \times (L + l)$ si L désigne la longueur et l désigne la largeur.

On ne pourra généralement pas obtenir des résultats numériques (à moins de connaître la valeur de chaque lettre), mais il reste possible d'effectuer certains calculs et/ou d'obtenir des expressions équivalentes en utilisant les propriétés des opérations.

2. Écrire une expression plus simple en suivant les conventions

À connaître

Pour **alléger l'écriture d'une expression littérale**, on peut supprimer le signe \times devant une lettre ou une parenthèse.

Remarque : On ne peut pas supprimer le signe \times entre deux nombres, mais on peut effectuer le calcul.

Exemple

Supprime les signes \times , lorsque c'est possible, dans l'expression suivante : $A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4)$.

$A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4)$	→	On repère tous les signes \times de l'expression.
$A = 5x + 7(3x + 2 \times 4)$	→	On supprime les signes \times devant une lettre ou une parenthèse.
$A = 5x + 7(3x + 8)$	→	On peut effectuer le dernier produit. $7(3x + 8)$ se lit « 7 facteur de $(3x + 8)$ »

À connaître

Pour tout nombre a , on peut écrire : $a \times a = a^2$ (a^2 se lit « a au carré »)
 $a \times a \times a = a^3$ (a^3 se lit « a au cube »)

C5T13 – Calcul littéral – Équations

3. Utiliser une expression en remplaçant les lettres par des nombres

À connaître

Calculer une expression littérale pour une certaine valeur des lettres, c'est remplacer les lettres par ces valeurs, puis effectuer le calcul en respectant les règles de priorité.

Exemple : Calcule le périmètre $P = 2(L + l)$ pour $L = 5$ et $l = 3$.

$P = 2 \times (L + l)$	→	On remplace les signes \times dans l'expression P .
$P = 2 \times (5 + 3)$	→	On remplace la lettre L par sa valeur 5 et l par sa valeur 3 .
$P = 2 \times 8$	→	On effectue les calculs, en respectant les priorités.
$P = 16$		

Objectif 13-2 Réduire, développer, factoriser une expression littérale

1. Réduire une expression littérale

Réduire consiste à compter « ensemble » les termes semblables (d'un même catégorie) afin d'en éviter la répétition. Bien entendu, on simplifie les écritures lorsque c'est possible.

Exemple

On possède 5 abricots, 3 bananes et 6 euros.

On nous donne 2 abricots supplémentaires mais on nous enlève 2 bananes et 4 euros.

L'expression $5a + 3b + 6 + 2a - 2b - 4$ résume cette situation.

Après avoir fait le bilan on peut l'écrire plus simplement $7a + b + 2$

Attention : on n'écrit pas $1b$ mais b

C5T13 – Calcul littéral – Équations

2. Développer une expression littérale

À connaître

Soient k , a et b trois nombres positifs. Pour **développer une expression**, on distribue un facteur à tous les termes entre parenthèses :

$$\begin{aligned} k \times (a + b) &= k \times a + k \times b \\ k \times (a - b) &= k \times a - k \times b \end{aligned}$$

Exemple

Développe l'expression suivante : $A = 3(x + 7)$.

$A = 3 \times (x + 7)$	→	On remplace le signe \times dans l'expression.
$A = 3 \times x + 3 \times 7$	→	On distribue le facteur 3 aux termes x et 7 .
$A = 3x + 21$	→	On calcule et on simplifie l'expression.

3. Factoriser une expression littérale

À connaître

Soient k , a et b trois nombres positifs. Pour **factoriser une expression**, on repère un facteur commun à chaque terme et on le multiplie par la somme ou la différence des autres facteurs :

$$\begin{aligned} k \times a + k \times b &= k \times (a + b) \\ k \times a - k \times b &= k \times (a - b) \end{aligned}$$

Exemple

Factorise les expressions $A = 5x + 35$ puis $B = x^2 + 3x$.

$A = 5 \times x + 35$	→	On remplace le signe \times dans l'expression.
$A = 5 \times x + 5 \times 7$	→	On fait apparaître le facteur commun : 5 .
$A = 5 \times (x + 7)$	→	On met en facteur le nombre 5 .
$A = 5(x + 7)$	→	On simplifie l'expression.

$B = x \times x + 3 \times x$	→	On remplace le signe \times dans l'expression et on repère le facteur commun : x .
$B = x(x + 3)$	→	On met en facteur la lettre x puis on simplifie.

C5T13 – Calcul littéral – Équations

Objectif 13-3 Tester une égalité

Exemple 1 : Teste l'égalité $2a + 7 = 5a + 4$ pour $a = 0$.

On remplace a par 0 dans le membre de gauche de l'égalité puis on calcule : $2 \times 0 + 7 = 0 + 7 = 7$	On remplace a par 0 dans le membre de droite de l'égalité puis on calcule : $5 \times 0 + 4 = 0 + 4 = 4$
$7 \neq 4$ donc l'égalité n'est pas vérifiée pour $a = 0$.	

Exemple 2 : Teste l'égalité $3(x + 2) = 18$ pour $x = 4$.

On remplace x par 4 dans le membre de gauche de l'égalité puis on calcule : $3 \times (4 + 2) = 3 \times 6 = 18$	Le membre de droite de l'égalité vaut 18.
Les deux membres de l'égalité sont égaux à 18 pour $x = 4$ donc 4 est <u>solution</u> de l'équation $3(x + 2) = 18$.	

Objectif 13-4 Équations

Vocabulaire

On remplace :
- l'expression « opération à trous » par le mot équation,
- le point d'interrogation par une lettre, en général « x », appelée l'inconnue.

Exemple

Opérations à trous : $4 + ? = 7$ $7 - ? = 4$ $? - 4 = 3$ $4 \times ? = 28$
Équations de base : $4 + x = 7$ $7 - x = 4$ $x - 4 = 3$ $4 \times x = 28$

Résolution d'équations de base

Pour les équations de type $a + x = b$, la solution est $x = b - a$.

$$\begin{aligned} 4 + x &= 7 \\ x &= 7 - 4 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Pour les équations de type $a - x = b$, la solution est $x = a - b$.

$$\begin{aligned} 7 - x &= 4 \\ x &= 7 - 4 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Pour les équations de type $x - a = b$, la solution est $x = b + a$.

$$\begin{aligned} x - 4 &= 3 \\ x &= 3 + 4 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Pour les équations de type $a \times x = b$, la solution est $x = \frac{b}{a}$.

$$\begin{aligned} 4 \times x &= 28 \\ x &= \frac{28}{4} \\ x &= 7 \end{aligned}$$