C5T4 – Angles

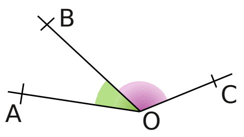
Objectif 4-1 Vocabulaire

1. Angles adjacents

Définition

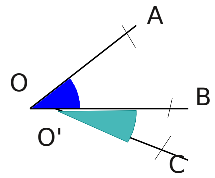
Deux angles adjacents sont deux angles qui ont un sommet commun, un côté commun et qui sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

Exemple : Sur la figure ci-dessous, que peux-tu dire des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$?

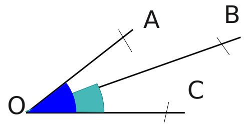


Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ ont comme sommet commun le point O, comme côté commun la demi-droite [OB) et sont placés de part et d'autre de [OB) : ils sont donc adjacents.

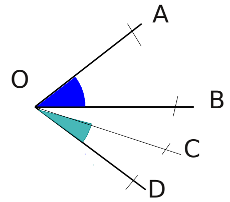
Contre-exemples :



Sommets différents



Non de part et d'autre



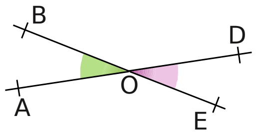
Pas de côté commun

2. Angles opposés par le sommet

Définition

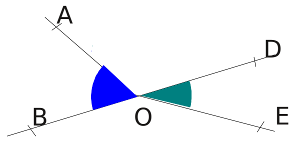
Deux angles opposés par le sommet sont deux angles qui ont un sommet commun et qui ont leurs côtés dans le prolongement l'un de l'autre.

Exemple : Sur la figure ci-dessous, que peux-tu dire des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{DOE}$?



Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{DOE}$ ont comme sommet commun le point O et des côtés dans le prolongement l'un de l'autre (A,O,D et B,O,E sont alignés) : ils sont donc opposés par le sommet.

Contre-exemple :



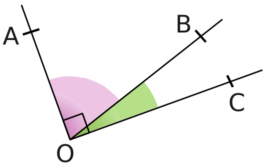
les côtés ne sont pas dans le prolongement l'un de l'autre.

3. Angles complémentaires

Définition

Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme de leurs mesures est égale à 90°.

Exemple 1 : Sur la figure ci-dessous, que peux-tu dire des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$?

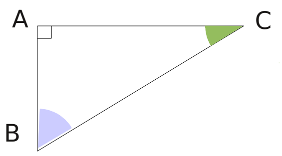


Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ forment un angle droit : la somme de leurs mesures vaut 90°. Ce sont donc des angles complémentaires.

Remarque : Deux angles complémentaires et adjacents forment un angle droit. On peut donc en déduire que des droites sont perpendiculaires.

Exemple 2 : les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires.

(démonstration, voir activité « de jolies sommes »)



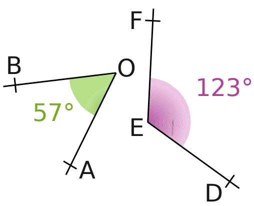
$\hat{B}+\hat{C}=90°$

4. Angles supplémentaires

Définition

Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme de leurs mesures est égale à 180°.

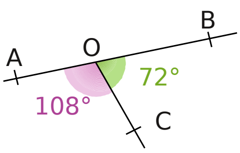
Exemple 1 : Sur la figure ci-dessous, que peux-tu dire des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{FED}$?



$\widehat{AOB}$ + $\widehat{FED}$ = 57° + 123° = 180°

donc les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{FED}$ sont supplémentaires.

Exemple 2 : Les points A, O et B sont-ils alignés ?

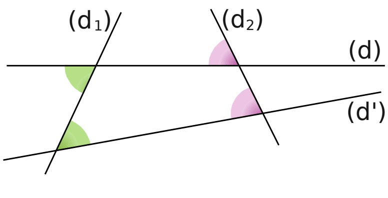


Deux angles supplémentaires et adjacents forment un angle plat.

On peut donc en déduire que **des points sont alignés.**

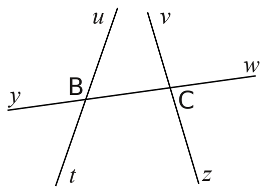
5. Angles définis par deux droites et une sécante

Vocabulaire



Les angles verts sont alternes-internes.
Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante (d_1).
Les angles roses sont correspondants. Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante (d_2).

Exemple : À l'aide de la figure, nomme des angles alternes-internes et des angles correspondants.



Les droites (ut), (vz) et la sécante (yw) forment :

- deux paires d'angles alternes-internes qui sont :

$\widehat{uBw}$ et $\widehat{yCz}$ d'une part et $\widehat{vCy}$ et $\widehat{tBw}$ d'autre part.

- quatre paires d'angles correspondants qui sont :

$\widehat{yBu}$ et $\widehat{vCy}$, $\widehat{yBt}$ et $\widehat{yCz}$, $\widehat{uBw}$ et $\widehat{vCw}$, $\widehat{tBw}$ et $\widehat{zCw}$.

Objectif 4-2 Calculer la mesure d'un angle

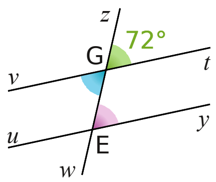
À retenir

Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure.

Si deux angles alternes-internes sont déterminés par des droites parallèles alors ils ont la même mesure.

Si deux angles correspondants sont déterminés par des droites parallèles alors ils ont la même mesure.

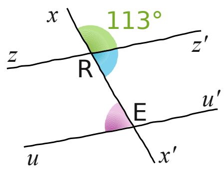
Exemple 1 : Les droites (vt) et (uy) sont parallèles. Calcule la mesure des angles $\widehat{zEy}$ et $\widehat{vGw}$.



Les angles correspondants $\widehat{zGt}$ et $\widehat{zEy}$ sont déterminés par les droites (vt) et (uy) et la sécante (zw). Comme les droites (vt) et (uy) sont parallèles, ces angles ont la même mesure 72°.

Les angles $\widehat{zGt}$ et $\widehat{vGw}$ sont opposés par le sommet. Ils ont donc la même mesure 72°.

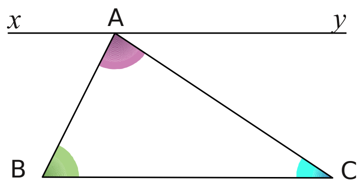
Exemple 2 : Les droites (zz') et (uu') sont parallèles. Calcule la mesure des angles $\widehat{x'Rz'}$ et $\widehat{uEx}$.



Les angles $\widehat{xRz'}$ et $\widehat{z'Rx'}$ sont adjacents et supplémentaires. $\widehat{z'Rx'}$ mesure donc 180° - 113° soit 67°.

Les angles alternes-internes $\widehat{z'Rx'}$ et $\widehat{uEx}$ sont déterminés par les droites (zz') et (uu') et la sécante (xx'). Comme (zz') et (uu') sont parallèles, ils ont donc la même mesure 67°.

Exemple 3 : Démontrer que la somme des 3 angles d'un triangle vaut 180°.



Sur la figure ci-contre, la droite (xy) est parallèle à la droite (BC) et passe par le point A.

Les angles alternes-internes $\widehat{xAB}$ et $\widehat{ABC}$ sont déterminés par les droites parallèles (xy) et (BC) et la sécante (AB). Ils sont donc de même mesure.

Les angles alternes-internes $\widehat{yAC}$ et $\widehat{ACB}$ sont déterminés par les droites parallèles (xy) et (BC) et la sécante (AC). Ils sont donc de même mesure.

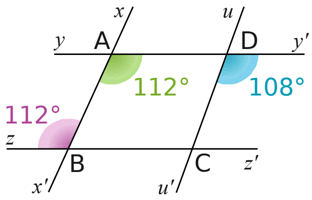
Par conséquent l'angle $\widehat{xAy}=\widehat{xAB}+\widehat{BAC}+\widehat{CAy}=\widehat{ABC}+\widehat{BAC}+\widehat{BCA}=180\,°$.

Objectif 4-3 Justifier que des droites sont parallèles ou non

À retenir

Si deux angles alternes-internes sont de même mesure alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.
Si deux angles correspondants sont de même mesure alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.

Exemple : **Les droites (yy') et (zz') sont-elles parallèles ?**
Les droites (xx') et (uu') sont-elles parallèles ?



Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{xBz}$ déterminés par les droites (yy'), (zz') et la sécante (xx') sont alternes-internes.

Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{xBz}$ ont la même mesure. Donc les droites (yy') et (zz') sont parallèles.

Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{u'Dy'}$ déterminés par les droites (xx'), (uu') et la sécante (yy') sont correspondants.

Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{u'Dy'}$ n'ont pas la même mesure. Donc les droites (xx') et (uu') ne sont pas parallèles.