C6T9 – Nombres en écriture fractionnaire

Objectif 9-1 Écriture d'un quotient sous la forme $\frac{a}{b}$.

Un **quotient** peut être un nombre **entier** : $18 \div 6 = 3 \quad car \quad 18 = 6 \times 3$.

Un **quotient** peut être un nombre **décimal** : $3{,}5 \div 2 = 1{,}75 \quad car \quad 3{,}5 = 2 \times 1{,}75$.

Mais lorsque la division ne se termine pas, on ne peut pas écrire le quotient (résultat exact) sous forme d'un nombre décimal.

```
1      | 3
1 0    |------
  1 0  | 0,33...
    1...
```

Or on peut parfaitement couper une pizza en trois parties égales.

(Il suffit de faire trois angles au centre de 120°).

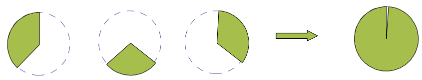
Pour désigner le résultat exact de ce partage, c'est-à-dire pour désigner le quotient de la division de 1 par 3 on utilise l'**écriture fractionnaire** ci-dessous :

Dividende ou Numérateur → Diviseur ou dénominateur →	$\frac{1}{3}$	← Trait de fraction

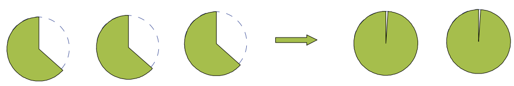
Si les **deux nombres** sont **entiers** il s'agit d'une **fraction**.

Retenir

On écrit $1 \div 3 = \frac{1}{3}$ *et* $\frac{1}{3} \times 3 = 1$ et on dit que $\frac{1}{3}$ est le nombre qui multiplié par 3 donne 1.



De même $2 \div 3 = \frac{2}{3}$ *et* $\frac{2}{3} \times 3 = 2$ et on dit que $\frac{2}{3}$ le nombre qui multiplié par 3 donne 2.

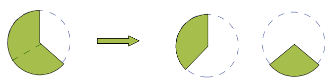


Attention

$$\frac{1}{3} \neq 0{,}33 \; car \; 3 \times 0{,}33 \neq 1 \; ; \; mais \; on \; peut \; écrire \; \frac{1}{3} \approx 0{,}33 \; car \; 0{,}33 \times 3 = 0{,}99 \; qui \; est \; voisin \; de \; 1$$

$$\frac{2}{3} \neq 0{,}67 \; car \; 3 \times 0{,}67 \neq 2 \; ; \; mais \; on \; peut \; écrire \; \frac{2}{3} \approx 0{,}67 \; car \; 0{,}67 \times 3 = 2{,}01 \; qui \; est \; voisin \; de \; 2$$

Remarque : On peut interpréter aussi $\frac{2}{3}$ comme étant le nombre égal à 2 fois $\frac{1}{3}$.



C6T9 – Nombres en écriture fractionnaire

Objectif 9-2 Utiliser la règle fondamentale

Règle fondamentale

Le quotient de deux nombres reste inchangé si on multiplie (ou si on divise) ces deux nombres par un même nombre non nul.

$$\frac{21}{14} \xrightarrow[\times 4]{\times 4} \frac{21\times 4}{14\times 4}=\frac{84}{56} \quad \text{et} \quad \frac{21}{14} \xrightarrow[:7]{:7} \frac{21:7}{14:7}=\frac{3}{2}$$

$$\begin{array}{r|l} 21 & 14 \\ \hline 70 & 1{,}5 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 84 & 56 \\ \hline 28 & 1{,}5 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ \hline 10 & 1{,}5 \\ 0 & \end{array}$$

Application 1	Application 2
Reconnaître plusieurs écritures d'un même nombre	Simplifier la fraction $\frac{42}{140}$.
$\frac{30}{40} \xrightarrow[:10]{:10} = \frac{3}{4} \xrightarrow[\times 7]{\times 7} = \frac{21}{28} \xrightarrow[:2]{:2} = \frac{10{,}5}{14}$	$\frac{42}{140} \xrightarrow[:2]{:2} = \frac{21}{70} \xrightarrow[:7]{:7} = \frac{3}{10}$ ou directement $\frac{3\times\cancel{2}\times\cancel{7}}{10\times\cancel{7}\times\cancel{2}}=\frac{3}{10}$

Objectif 9-3 Passer de l'écriture décimale à une écriture fractionnaire et inversement lorsque cela est possible

Exemples

Rappel : On peut toujours écrire un nombre décimal sous forme de fraction décimale,

$$0{,}9=\frac{9}{10}\,;\,0{,}05=\frac{5}{100}\,;\,43{,}061=\frac{43061}{1000}\,;\,72=\frac{72}{1}$$

et on peut toujours écrire une fraction décimale sous la forme d'un nombre décimal.

(Pour diviser par 10 ; 100 ; 1000 ... on déplace la virgule de 1 ,2, 3 ... rangs vers la gauche).

$$\frac{1}{10}=0{,}1\,;\,\frac{412}{100}=4{,}12\,;\,\frac{7458}{1000}=7{,}458$$

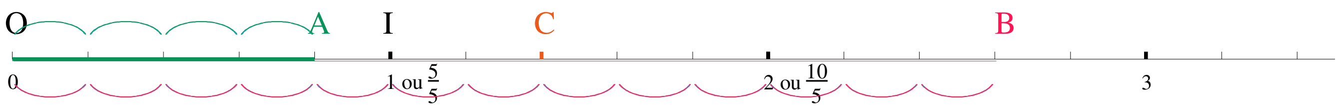
Attention : on ne peut pas toujours écrire une fraction sous la forme d'un nombre décimal. Il faut, pour pouvoir le faire, que la division s'arrête.

$$\frac{6}{5}=1{,}2\,;\,\frac{7{,}5}{15}=0{,}5\,;\,\frac{27}{9}=3\,;\,\frac{1}{3}=??\,impossible$$

C6T9 – Nombres en écriture fractionnaire

Objectif 9-4 Placer et lire le quotient de deux entiers sur un axe gradué dans des cas simples

Exemple



Le segment unité [OI] est ici divisé en 5 intervalles donc chaque pas est de 1 : 5 soit $\frac{1}{5}$.

Le segment [OA] comprend 4 de ces intervalles, l'abscisse de A est $\frac{4}{5}$.

Le segment [OB] comprend 2 unités et 3 intervalles, ou 13 intervalles. L'abscisse de B est $2+\frac{3}{5}$ soit $\frac{13}{5}$.

Placer C d'abscisse $\frac{7}{5}$. La division euclidienne de 7 par 5 donne : quotient 1, reste 2 donc $1+\frac{2}{5}$.

Objectif 9-5 Prendre une fraction d'une grandeur, multiplier un nombre entier par une fraction

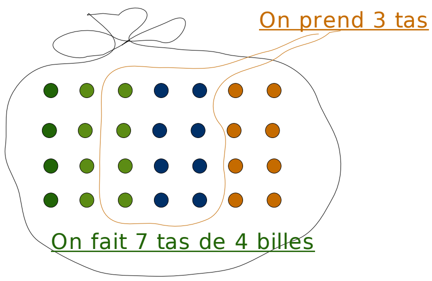
À connaître

On divise le nombre par le dénominateur et on multiplie par le numérateur.

Exemple

Pour prendre les 3 septièmes d'un sac contenant 28 billes, on fait 7 tas égaux et on en prend 3, donc :

$$28\times\frac{3}{7}=28:7\times3=4\times3=12$$



Retenir : prendre une fraction d'une grandeur revient à multiplier cette grandeur par la fraction.