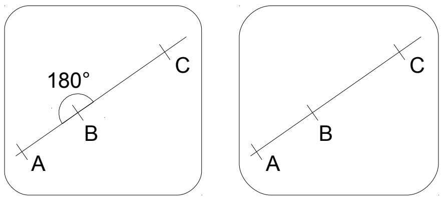
Fichier de géométrie

Ce fichier regroupe une partie des définitions et propriétés utilisées dans les démonstrations au collège.

ALIGN :
Pour montrer que trois points (ou plus) sont alignés.

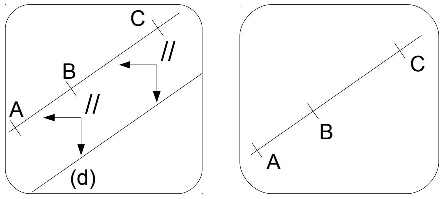
Définition : des points sont alignés lorsqu'ils appartiennent à une même droite.

1 : Si l'angle $\widehat{ABC}$ est plat alors les points A, B et C sont alignés. ⑥



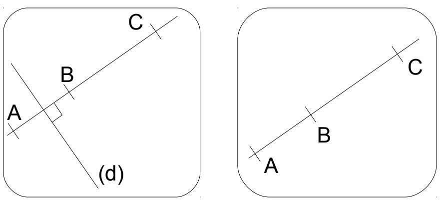
Si $\widehat{ABC} = 180°$ alors A, B et C sont alignés.

2 : Par un point, il ne passe qu'une parallèle à une même droite. ⑥



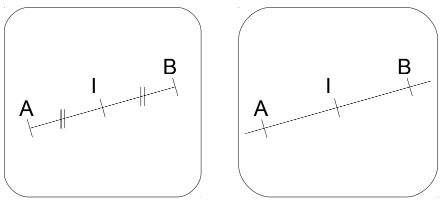
Si (AB) // (d) et (AC) // (d) alors A, B et C sont alignés.

3 : Par un point, il ne passe qu'une perpendiculaire à une même droite. ⑥



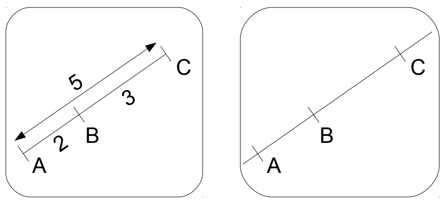
Si $(AB) \perp (d)$ et $(AC) \perp (d)$ alors A, B et C sont alignés.

4 : Le milieu d'un segment est aligné avec les extrémités de ce segment. ⑥



Si I est le milieu de [AB] alors A, I et C sont alignés.

5 : Utiliser l'inégalité triangulaire (cas particulier). ⑤



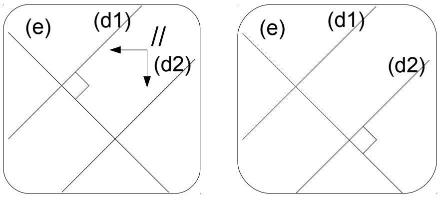
Si AB + BC = AC alors A, B et C sont alignés.

PERP :

Pour montrer que deux droites sont perpendiculaires.

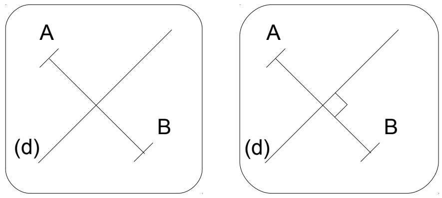
Définition : Deux droites sont perpendiculaires lorsqu'elles se croisent en formant un angle droit.

1 : Si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre. ⑥



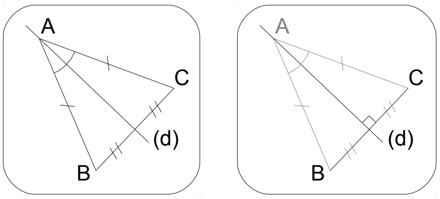
Si (d1) // (d2) (e) ⊥ (d1) alors (e) ⊥ (d2)

2 : La médiatrice d'un segment est perpendiculaire au segment. ⑥



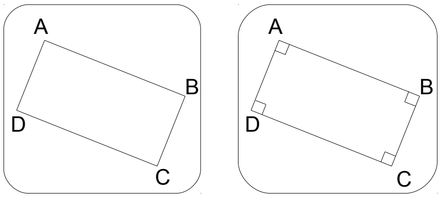
Si (d) est la médiatrice du segment [AB] alors (d) ⊥ [AB]

3 : Dans un triangle isocèle, la médiane relative à la base (ou la bissectrice de l'angle au sommet) est aussi une hauteur. ⑤



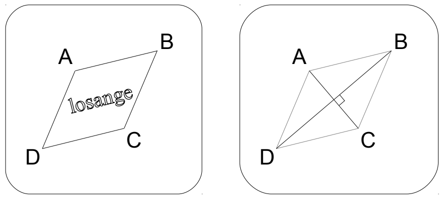
Si ABC isocèle en A (d) médiane issue de A alors (d) ⊥ (BC)

4 : Les côtés consécutifs d'un rectangle sont perpendiculaires. ⑥



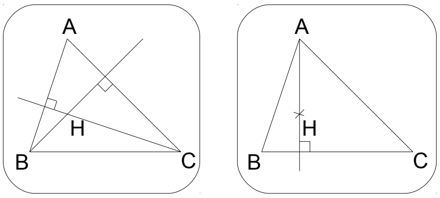
Si ABCD rectangle alors (AB) ⊥ (AD)

5 : Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires. ⑥



Si ABCD est un losange alors (AC) ⊥ (BD)

6 : La droite passant par un sommet et l'orthocentre d'un triangle est perpendiculaire au côté opposé. ④

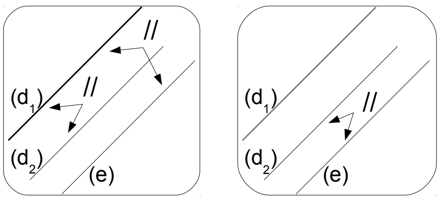


Si H est l'orthocentre du triangle ABC alors (AH) ⊥ (BC)

PARA :

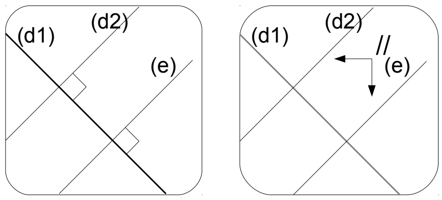
Pour montrer que deux droites sont parallèles.

1 : Si deux droites sont parallèles, alors toute parallèle à l'une est parallèle à l'autre. ⑥



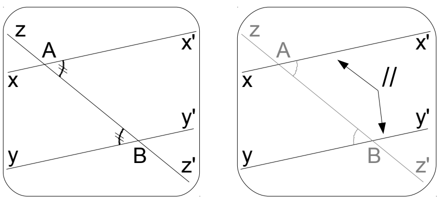
Si $(d_1) // (d_2)$ $(d_1) // (e)$ alors $(d_2) // (e)$

2 : Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles. ⑥



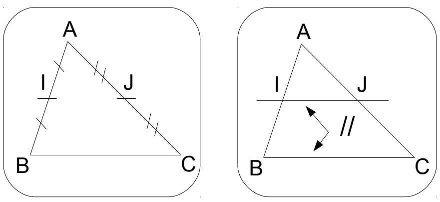
Si (d1) ⊥ (d2) (d1) ⊥ (e) alors (e) // (d2)

3 : Si deux droites forment avec une troisième des angles alternes-internes (ou correspondant) égaux alors elles sont parallèles. ⑤



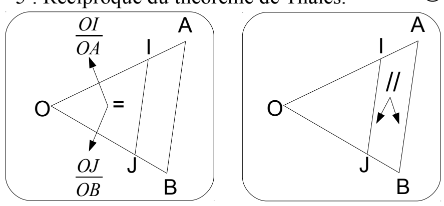
Si $\widehat{x'Az'} = \widehat{yBz}$ alors (xx') // (yy')

4 : Théorème des milieux (1). ④



Si ABC triangle I milieu de [AB] J milieu de [AC] alors (IJ) // (BC)

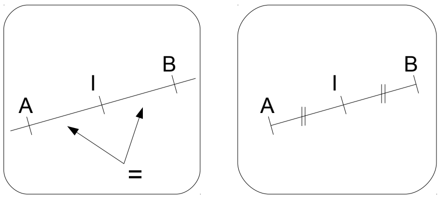
5 : Réciproque du théorème de Thalès. ③



Si (OA) et (OB) I ∈ (OA) et J ∈ (OB) O,I,A et O,J,B même ordre $\frac{OI}{OA} = \frac{OJ}{OB}$ alors (IJ) // (AB)

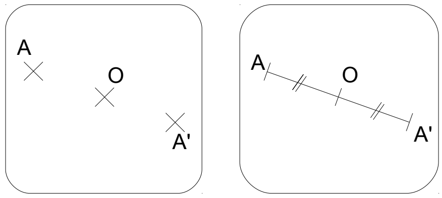
MIL :
Pour montrer qu'un point est le milieu d'un segment.

1 : Le milieu d'un segment est le point du segment situé à même distance de ses extrémités. ⑥



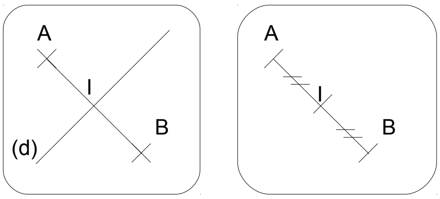
Si A, I, B sont alignés et AI = IB alors I milieu de [AB].

2 : Si deux points A et A' sont symétriques par rapport à un point O, alors O est le milieu du segment [AA']. ⑤



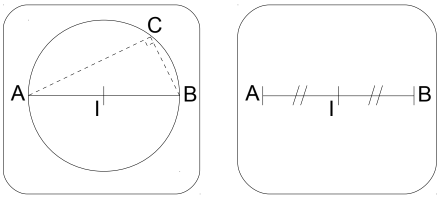
Si A' symétrique de A par rapport à O alors O milieu de [AA']

3 : La médiatrice d'un segment coupe le segment en son milieu. ⑥



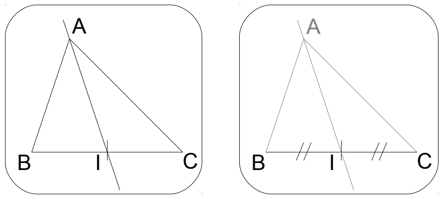
Si la médiatrice (d) coupe [AB] en I alors I milieu de [AB]

4 : Dans un triangle rectangle, le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse. ④



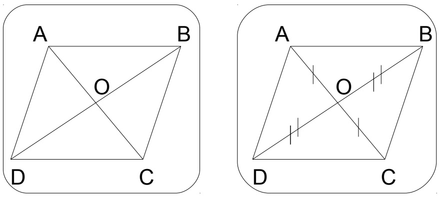
Si I est le centre du cercle circonscrit à ABC triangle rectangle en C alors I milieu de [AB]

5 : Une médiane passe par un sommet et le milieu du côté opposé du triangle. ④



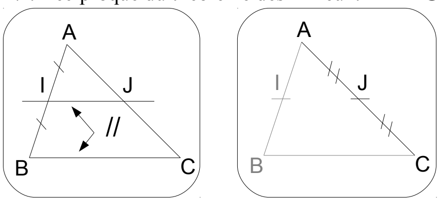
Si (AI) est une médiane alors I milieu de [BC]

6 : Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu. ⑤



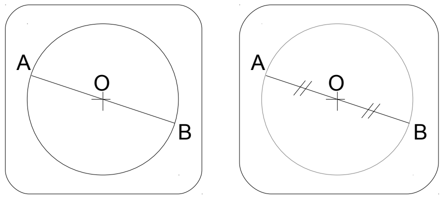
Si ABCD parallélogramme de centre O alors O milieu de [AC] et [BD]

7 : Réciproque du théorème des milieux. ④



Si ABC triangle I milieu de [AB] J ∈ [AC] (IJ) // (BC) alors J milieu de [AC]

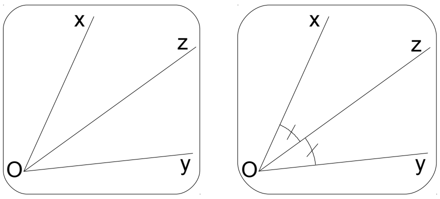
8 : Le centre du cercle est le milieu des diamètres. ⑥



Si [AB] est un diamètre du cercle de centre O alors O milieu de [AB]

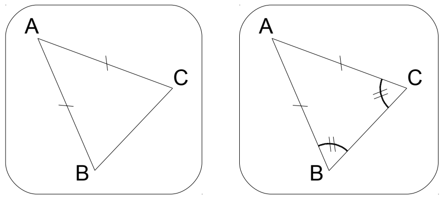
ANG :
Pour montrer que deux angles sont de même mesure.

1 : La bissectrice d'un angle détermine deux angles de même mesure. ⑥



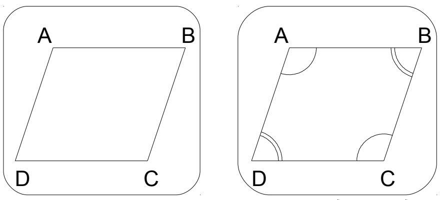
Si [Oz) est la bissectrice de $\widehat{xOy}$ alors $\widehat{xOz} = \widehat{zOy}$

2 : Dans un triangle isocèle, les angles à la base ont même mesure. ⑤



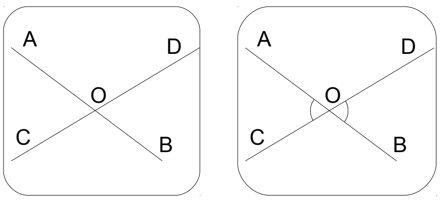
Si ABC est isocèle en A alors $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

3 : Les angles opposés d'un parallélogramme sont de même mesure deux à deux. ⑤



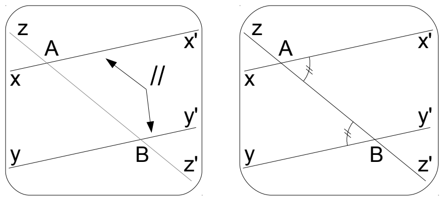
Si ABCD parallélogramme alors $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ et $\widehat{DAB} = \widehat{DCB}$

4 : Deux angles opposés par le sommet sont de même mesure. ⑤



Si (AB) et (CD) sont sécantes en O alors $\widehat{AOC} = \widehat{DOB}$

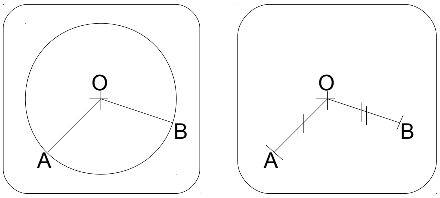
5 : Deux angles alternes-internes (ou correspondants) formés par deux parallèles et une sécante ont même mesure. ⑤



Si (xx') // (yy') (AB) sécante alors $\widehat{x'Az'} = \widehat{yBz}$

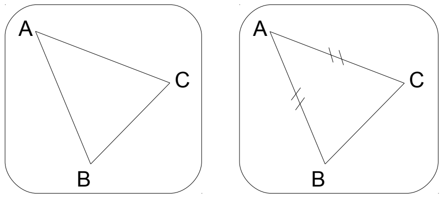
LONG :
Pour montrer que deux segments (ou plus) sont de même longueur.

1 : Deux points d'un même cercle sont à égale distance du centre. ⑥



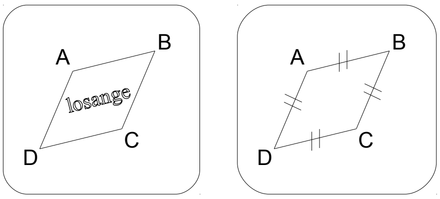
Si A et B ∈ cercle de centre O alors OA=OB

2 : Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur. ⑥



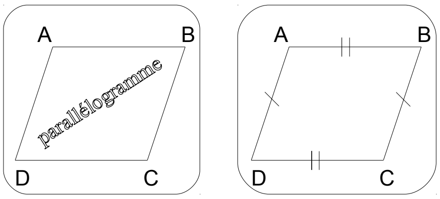
Si ABC isocèle en A alors AB = AC

3 : Un losange est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur. ⑤



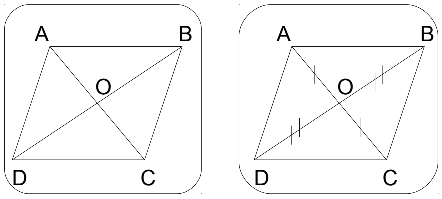
Si ABCD est un losange
alors AB = BC = CD = DA

4 : Les côtés opposés d'un parallélogramme sont de même longueur deux à deux. ⑤



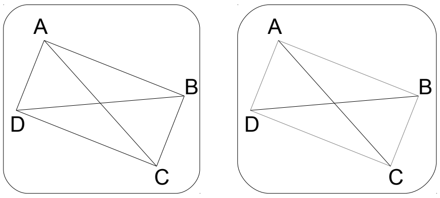
Si ABCD parallélogramme alors AB = DC et AD = BC

5 : Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu. ⑤



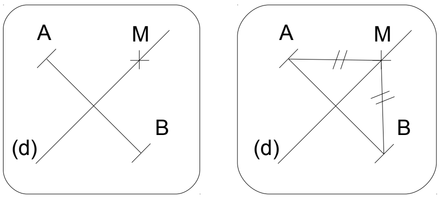
Si ABCD parallélogramme de centre O alors OA = OC et OB = OD

6 : Les diagonales d'un rectangle sont de même longueur. ⑤



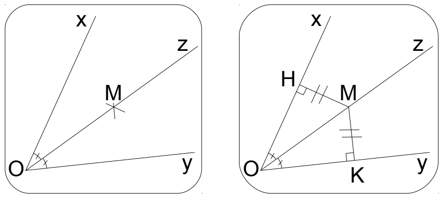
Si ABCD rectangle alors AC = BD

7 : Un point appartenant à la médiatrice d'un segment est équidistant des extrémités du segment. ⑥



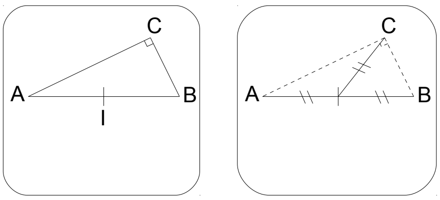
Si M est sur la médiatrice de [AB] alors MA = MB

8 : Un point appartenant à la bissectrice d'un angle est équidistant des côtés de l'angle. ④



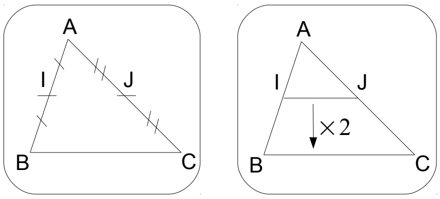
Si M est sur la bissectrice de $\widehat{xOy}$ alors MH = MK

9 : Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est équidistant des trois sommets. ④



Si ABC triangle rectangle I milieu de l'hypoténuse alors IA=IB=IC

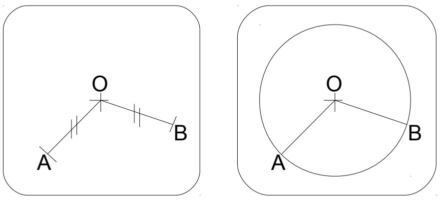
10 : Théorème des milieux (2). ④



Si ABC triangle I milieu de [AB] J milieu de [AC] alors $IJ = \dfrac{BC}{2}$

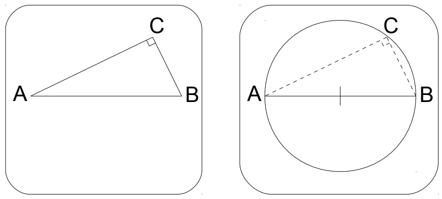
CERC :
Pour montrer que deux points (ou plus) appartiennent à un même cercle.

1 : Si deux points sont à égale distance de O alors ils appartiennent à un même cercle de centre O. ⑥



Si OA=OB alors A et B appartiennent au cercle de centre O

2 : Si ABC est un triangle rectangle en C alors C est sur le cercle de diamètre [AB]. ④

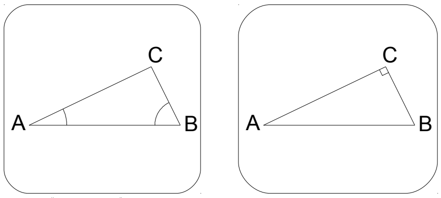


Si ABC triangle rectangle en C
alors C appartient au cercle de diamètre [AB].

RECT :
Pour montrer qu'un triangle est rectangle.

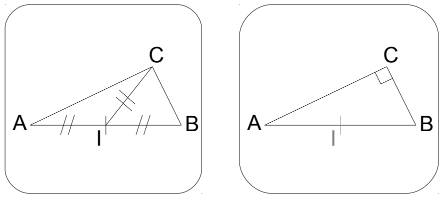
Définition : Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit.

1 : Si un triangle a deux angles complémentaires alors il est rectangle. ⑤



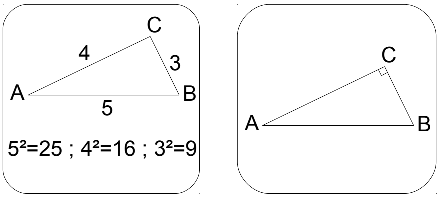
Si $\widehat{CAB} + \widehat{CBA} = 90°$ alors ABC est rectangle en C

2 : Dans un triangle, si le milieu d'un côté est équidistant des trois sommets, alors ce triangle est rectangle. ④



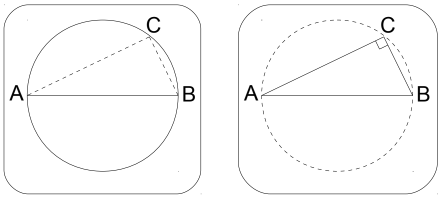
Si I milieu de [AB] et IA = IB = IC alors ABC rectangle en C

3 : Réciproque du théorème de Pythagore. ④



Si $AB^2 = AC^2 + BC^2$ alors ABC est rectangle en C

4 : Si le point C est sur le cercle de diamètre [AB] alors ABC est rectangle en C. ④

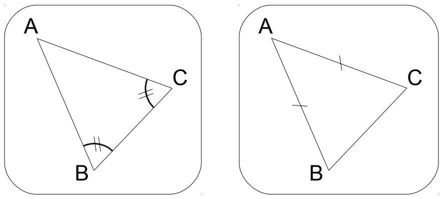


Si C $\in$ cercle de diamètre [AB] alors ABC triangle rectangle en C

ISO :
Pour montrer qu'un triangle est isocèle.

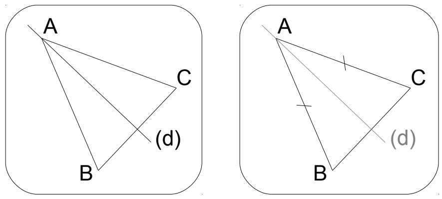
Définition : Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur.

1 : Si un triangle a deux angles de même mesure alors il est isocèle. ⑤



Si $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ alors ABC est isocèle en A

2 : Si un triangle a un axe de symétrie alors il est isocèle. ⑥

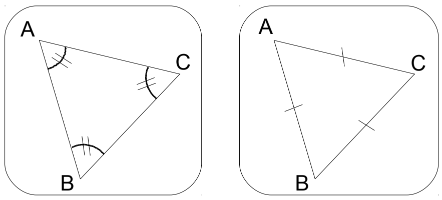


Si (d) axe de symétrie de ABC alors ABC isocèle

EQUI :
Pour montrer qu'un triangle est équilatéral.

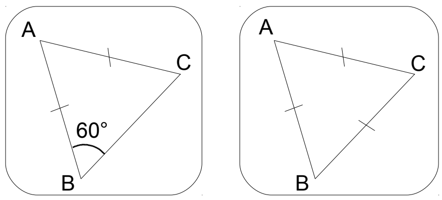
Définition : Un triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés de même longueur.

1 : Si un triangle a trois angles de même mesure alors il est équilatéral ⑥



Si $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{CAB}$ alors ABC équilatéral

2 : Si un triangle isocèle a un angle de 60° alors il est équilatéral ⑤

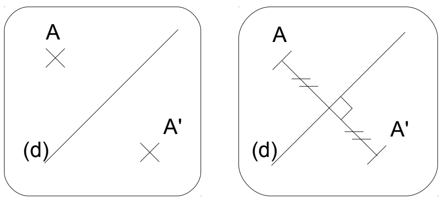


Si ABC isocèle et $\widehat{ABC} = 60°$ alors ABC est équilatéral

MÉD :
Pour montrer qu'une droite est la médiatrice d'un segment.

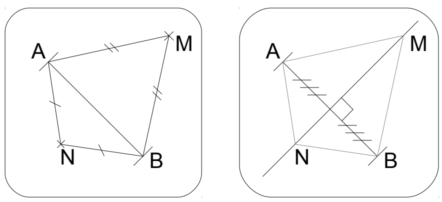
Définition : La médiatrice d'un segment est la droite qui coupe le segment perpendiculairement en son milieu.

1 : Si deux points A et A' sont symétriques par rapport à une droite (d), alors cette droite est la médiatrice du segment [AA']. ⑥



Si A' symétrique de A par rapport à (d) alors (d) médiatrice de [AA']

2 : Tout point équidistant des extrémités d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment. ⑥



Si MA = MB et NA = NB alors (NM) médiatrice de [AB]

QPARA ; QRECT ; QLOS ; QCAR
Pour montrer qu'un quadrilatère est particulier.

Définitions :

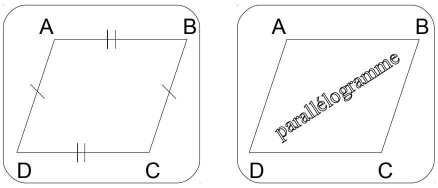
Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux.

Un rectangle est un quadrilatère qui a ses quatre angles droit.

Un losange est un quadrilatère qui a ses côtés opposés égaux deux à deux.

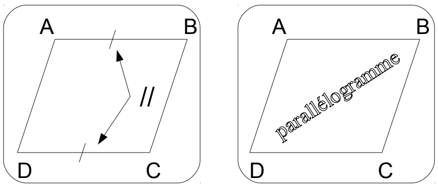
Un carré est un quadrilatère qui est à la fois rectangle et losange.

QPARA1 : Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de même longueur deux à deux alors c'est un parallélogramme. ⑤



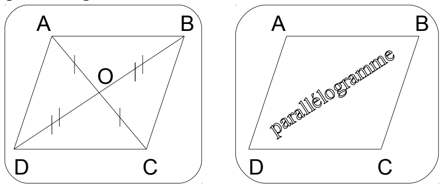
Si AB = DC et AD = BC alors ABCD parallélogramme

QPARA2 : Si un quadrilatère non croisé a 2 côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme. ⑤



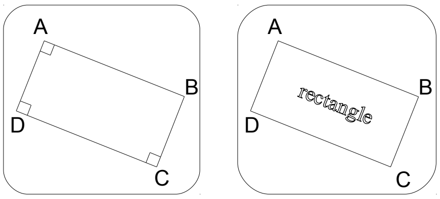
Si (AB) // (DC) et AB = DC alors ABCD parallélogramme

QPARA3 : Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme. ⑤



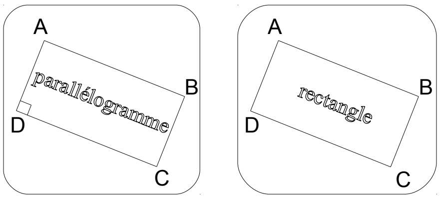
Si [AC] et [BD] ont le même milieu alors ABCD parallélogramme

QRECT1 : Si un quadrilatère a 3 angles droits alors c'est un rectangle. ⑥



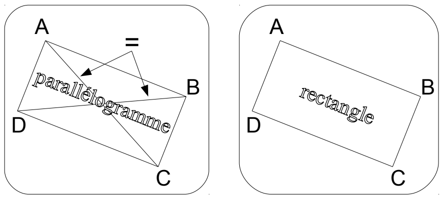
Si $\widehat{BAD} = \widehat{ADC} = \widehat{DCB} = 90°$ alors ABCD rectangle

QRECT2 : Si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle. ⑤



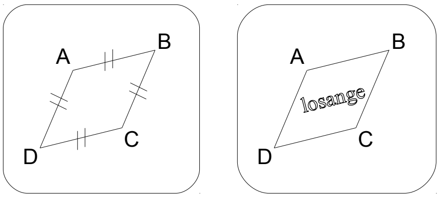
Si ABCD parallélogramme et $\widehat{ADC} = 90°$ alors ABCD rectangle

QRECT3 : Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle. ⑤



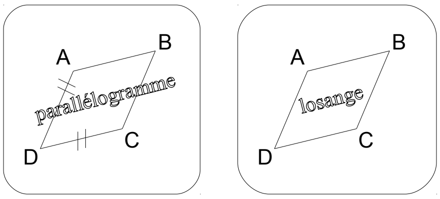
Si ABCD parallélogramme et AC = BD alors ABCD rectangle

QLOS1 : Si un quadrilatère a 4 côtés de même longueur alors c'est un losange. ⑥



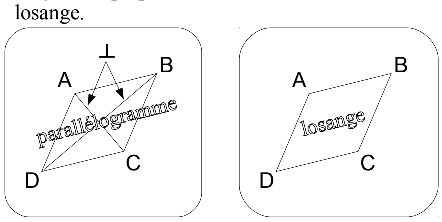
Si AB = BC = CD = DA alors ABCD est un losange

QLOS2 : Si un parallélogramme a 2 côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange. ⑤



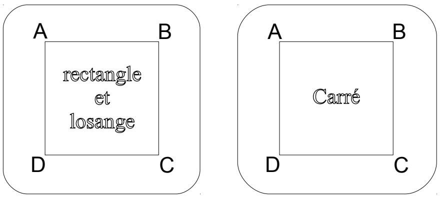
Si ABCD parallélogramme et AD = DC alors ABCD est un losange

QLOS3 : Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange. ⑤



Si ABCD parallélogramme et [AC] $\perp$ [DB] alors ABCD est un losange

QCAR1 : Si un quadrilatère est un rectangle et un losange alors c'est un carré. ⑤



Si ABCD rectangle et losange alors ABCD est un carré